

Vindmøller i vindtunnel

**10064 Fagprojekt
Fysik og Nanoteknologi
DTU, 21-01-2008**



**Rasmus Schmidt Davidsen, s062099
Bo Esbensen, s062106
Kristoffer Hoffmann, s062116**

Vejledere:

**Robert Jensen
Ole Trinhammer
Jane Hvolbæk Nielsen**

Indholdsfortegnelse

Indledning	3
Teori.....	4
Vindmøllen	4
Tårnkonstruktion	4
En vindmølles aerodynamik	5
Grundlæggende effektteori.....	9
Eksempel på beregning af årlig energiproduktion af hobby-vindmølle	14
Forsøgssopstilling	16
Generelt.....	16
Karakterisering af motor/generator	16
Vindhastighed.....	17
Effekt	18
Rotorfrekvens	19
Krøjning	19
Simulering.....	20
Kraftpåvirkning af tårn	20
LabVIEW	21
Målinger.....	22
Karakterisering af motor/generator	22
Effektmålinger	24
Tiphastighed	28
Målinger vedrørende LEGO-rotors egenskaber	29
Krøjning	31
Simulering.....	33
Kraftpåvirkning på tårn	34
Slipstrøm	36
Vurdering af usikkerhed grundet temperatur	37
Virksomhedsbesøg hos Siemens Wind Power	38
Konklusion	39
Litteraturliste:	41

Alle gruppens medlemmer har bidraget lige meget til alle faser af udarbejdelsen af rapporten.

Indledning

De fleste ting i vores moderne samfund bruger energi. Det gælder det private hus, fabrikker, sygehuse, transportmidler osv. Vi er afhængige af forsyning med energi hvis vores samfund skal fungere. Derfor er det vigtigt at vi også i fremtiden kan være sikre på at få den energi vi skal bruge. Men vi kan ikke være sikre på at den kan komme fra de samme kilder som den kommer i dag. Vi skal tænke i alternative og miljørigtige løsninger, som er mere fremtidssikre end de løsninger vi bruger i dag. For at fremtidssikre energiforsyningen må man satse på vedvarende energi, såsom vind-, vand- og solenergi.

De sidste årtier har man set markante globale klimaforandringer, og det formodes at forureningen fra kulkraftværker er en af årsagerne. Den menneskeskabte drivhuseffekt er formentlig med til at hæve klodens gennemsnitstemperatur. Da over 50 % af Danmarks samlede elproduktion i 2006 stammede fra kul, kan man ikke bare lukke kulkraftværkerne¹. Man må først have alternativerne klar, helst i form af vedvarende energikilder. I samme år tegnede de vedvarende energikilder sig for ca. 21 % af den samlede elproduktion, så der er lang vej igen.

Et af alternativerne er vindmøller, som kan producere strøm ved vindens kraft. Vindmøllerne i Danmark stod i 2006 for lige over 13 % af den samlede elproduktion, svarende til 21.989 TJ². Ved at få opsat flere vindmøller og dermed hæve vindkraftens elkapacitet, kunne man producere endnu mere strøm ved vindkraft. Umiddelbart kunne man altså dække landets elforbrug ved blot at sætte tilpas mange vindmøller op. Vindmøller kan dog ikke alene løse elforsyningsproblemerne da der dels skal bruges elektricitet på dage hvor det ikke blæser og dels er stor ventetid på leveringen af vindmøller. Desuden er vindmøllernes fjende nummer et, støjen, en hindring. Man kan ikke bare sætte vindmøller op hvor som helst, da folk i nærområdet vil klage over støjgener. Nogle steder har man løst dette problem ved at etablere havvindmølleparker. Man kunne også optimere på de vindmøller man fremstiller i dag, således at disse støjer mindre. Støjen er direkte afhængig af vingernes omdrejningshastighed, men denne kan ikke bare ændres, da dette vil nedsætte effektiviteten af vindmøllen samtidig med at det kan ødelægge stabiliteten af tårnet. Man må i stedet forske i nye udformninger af vingerne således at støjen mindskes. Der er i det hele taget brug for mere forskning inden for vindmøllefremstillingen, både på kort og på længere sigt. Det er derfor vigtigt at fange folks opmærksomhed, eksempelvis i løbet af deres uddannelse, og få dem til at interessere sig for vindmølleteknologi. Eksempelvis kan man søge at fange gymnasie-studerendes opmærksomhed ved at lade dem komme ud på universiteterne og lave forsøg omhandlende vindmølleteknologi. Det kunne måske medføre at de senere i deres uddannelse valgte at beskæftige sig med vindmøller.

Formålet med dette fagprojekt er at lave en forsøgsopstilling, som muliggør at man i en vindtunnel kan måle forskellige relevante parametre på små vingemodeller og tårnkonstruktioner. Der vil blive anvendt simple og billige dele, så alle folk vil kunne anvende opstillingen. Opstillingen skal styres fra en computer vha. LabVIEW. Det er ikke en del af projektet at programmere selve programmet i LabVIEW, men brugerfladen vil der blive arbejdet med. Det ønskes at lave en opstilling som kan skabe så realistiske forhold som muligt, så man senere kan sammenligne sine måleresultater med resultater fra virkelige vindmøller. Dette vil også være en del af projektet.

¹ ”Energistatistik 2006” af Energistyrelsen. s. 9 øverst.

² ”Energistatistik 2006” af Energistyrelsen. s. 9 øverst.

Teori

Vindmøllen

En vindmølle består af fire hoveddele. Fundamentet, tårnet, nacellen og rotoren. Tårnet er fastspændt til fundamentet som er støbt i underlaget, typisk jorden eller havbunden. Fundamentets udformning afgøres af underlaget. Der er således stor forskel på et fundament til en havvindmølle og fundamentet til en landvindmølle.

De fleste vindmøller leveres i dag med koniske rørtårne fremstillet af stål. På toppen af tårnet sidder nacellen og rotoren. I nacellen sidder vekselstrømsgeneratoren, som via hovedakslen omdanner rotorens rotation til elektricitet. Mellem generatoren og hovedakslen sidder en gearkasse, som øger generatorens omdrejningshastighed. Belastningen på generatoren kan varieres således at denne altid har samme omdrejningshastighed. Dette er nødvendigt for hele tiden at kunne producere strøm med en fast frekvens til elnettet, eksempelvis 50 Hz i Danmark. Desuden er der en køler som sørger for at generatoren ikke bliver for varm. Også møllens styresystem er placeret i tårnet. Styresystemet styrer alle vindmøllens funktioner. Det modtager information om vindhastighed og vindretning fra henholdsvis vindmåleren og vindfanen, som sidder oven på nacellen. Ved hjælp af krøjemotorerne, som kan dreje nacellen i forhold til tårnet, sørger styresystemet for at vindretningen står vinkelret på rotorplanen. Der vil dog altid være en lille krøjefejl på op til fem grader, grundet usikkerhed på måling af vindretningen. Bliver vindhastigheden og dermed rotorfrekvensen for høj bremses rotoren. Dette kan ske ved en pitchregulering, hvor en eller flere vinger drejes lidt ud af vinden, eller ved en stallregulering, hvor vingen er designet således at der opstår turbulens på bagsiden når vindhastigheden bliver for høj. Der er desuden installeret en mekanisk bremse som sammen med vingebremsen kan stoppe rotoren meget hurtigt, hvis vindhastigheden bliver meget stor, omkring 25 m/s, og fastholde den. Selve rotoren består af typisk af tre vinger monteret på et nav. Vingerne fremstilles primært af glasfiber eller kulfiber.

En vindmølle kan enten fungere som for- eller bagløber. Med for- og bagløber menes, at vinden ved en forløber rammer rotoren før tårnet, mens der omvendt for en bagløber gælder at vinden rammer tårnet før rotoren. De fleste vindmøller der produceres i dag er pitchregulerede forløbere.

Tårnkonstruktion

Almindelig vind opstår af to grunde. Solens stråler opvarmer atmosfæren ujævnt. Den største opvarmning sker ved ækvator. Den varme luft ved ækvator stiger op og bevæger sig mod de køligere regioner mod nord eller syd. Der opstår da lavtryksregioner, som luften fra den nordlige og sydlige halvkugle strømmer ind i. Samtidig skaber jordens rotation en Coriolis-kraft som forskyder luften mod højre i den nordlige halvkugle og mod venstre i den sydlige halvkugle. Disse to fænomener er årsag til den almindelige vind.

Vinden varierer med højden, idet der er friktion mellem luften og jordens overflade. Helt nede ved jorden er vindhastigheden lavest. Bakker, skove og bygninger bremser vinden meget, mens havoverflader næsten ikke påvirker vindhastigheden. Teoretisk set er vindhastigheden proportional med $\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)$, hvor z er højden

og z_0 er ruheden³. Sidstnævnte er proportional med højden af terrænet, og er større jo højere terrænet er. Man må derfor placere sin vindmølle med omhu, for at opnå tilstrækkelig vind. Den skal placeres et sted hvor vinden ikke bremses for meget af jordoverfladen. Endvidere må man for at opnå en god vindhastighed løfte rotoren op i en vis højde. Jo højere denne er placeret jo større effekt kan møllen producere. Man kan da undre sig over at alle vindmøller ikke er enormt høje. Udover produktionsmæssige og økonomiske begrænsninger er der også en anden forklaring på dette. Et højt tårn vil have en lavere egenfrekvens end et lavt tårn. Hvis egenfrekvensen er så lav at denne kan være sammenfaldende med frekvensen af de påvirkninger tårnet kan blive udsat for, har man et problem. Anslås tårnets egensvingninger til resonans udsættes dette for en enorm belastning, som hurtigt kan knække tårnet, eller få vingerne til at ramme tårnet.

Der er to primære periodiske påvirkninger på et tårn. Den første skyldes, at man aldrig kan få alle tre vinger til at veje præcis det samme. En uligevægt på vingerne svarer til, at man svinger en masse rundt i en snor med rotorfrekvensen. Dette betyder at hvis rotorfrekvensen bliver sammenfaldende med tårnets egenfrekvens anslås der til resonans. Denne påvirkning kaldes 1P. Den anden skyldes, at der foran tårnet vil være et højere tryk, idet vinden bremses af tårnet. Hver gang en vinge passerer tårnet påvirkes denne af en kraft. På en trebladet vinge betyder det at hvis rotorfrekvensen er en tredjedel af tårnets egenfrekvens anslås der til resonans. Denne påvirkning kaldes 3P. Anslås der til resonans er vindmøllen i fare for at blive ødelagt.

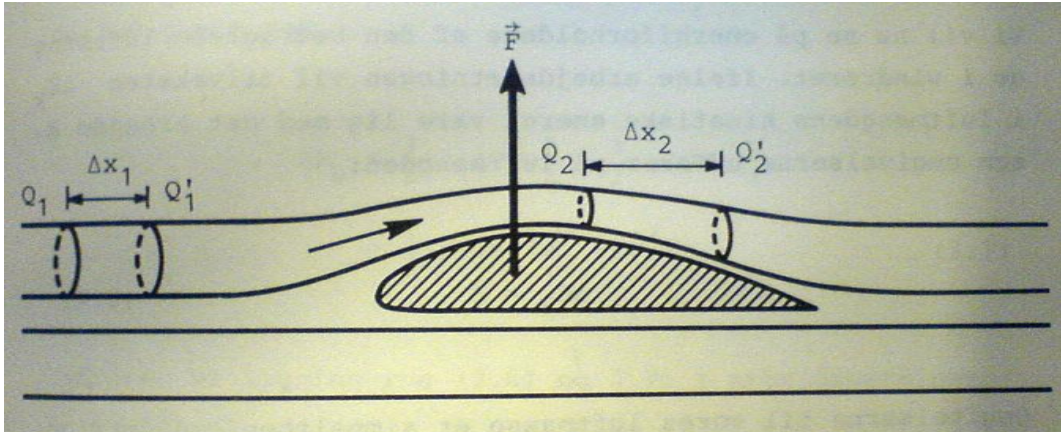
Et højt tårn vil som sagt have en lav egenfrekvens, og rotorfrekvensen, typisk 18 omgange pr minut ved høj vindhastighed, vil da på et tidspunkt være sammenfaldende med egenfrekvensen. Et sådan tårn kaldes et underkritisk tårn. For at undgå at tårnet knækkes kan man gøre flere ting. Bl.a. kan vindmøllens styresystem sørge for at rotorfrekvensen kun er lig tårnets egenfrekvens i et meget kort tidsrum. Dette gøres ved at bremse møllen når rotorfrekvensen nærmer sig egenfrekvensen, og først lade den accelerere når der er tilstrækkelig meget vind til at den kører hurtigt igennem den kritiske frekvens. Desuden kan man hæve tårnets egenfrekvens ved at gøre tårnvæggen tykkere. På denne måde kan man opnå et højt tårn der ikke er underkritisk.

Med et lavt tårn med en høj egenfrekvens, vil man ikke se 1P-ustabilitet. Til gengæld opnår man da ikke en så stor vindhastighed ved rotoren. Dermed leverer møllen en lavere effekt.

En vindmøllens aerodynamik

Alle moderne vindmøller er opdriftsmøller. Vingernes rotation i vinden, skyldes det fysiske fænomen opdrift. For at kunne forklare hvorfor en vindmølle roterer, er det nødvendigt først at betragte profilen af en vinge i en luftstrøm, se figur 1.

³Grogg, Harvesting the Wind: The Physics of Wind Turbines; s. 5



Figur 1: Luftstrømmen omkring en vinge⁴.

Nye vindmøller har en vingeprofil der grundlæggende bygger på profilen af en flyvinge. Dvs. vingen har en flad underside og en krum overside. Dette design medfører at en vind rettet ind på siden af vingen, resulterer i en opadrettet kraft på vingen. For at forstå dette fænomen nærmere, vil vindrøret på figur 1 nu betragtes. Vindrøret i position 1, med tværsnitsareal A_1 antages at have massen m og volumen V . Vindrøret vil bevæge sig over vingen og luftmængden vil efter et tidsrum befinde sig i position 2, hvor vindrøret nu har tværsnitsareal A_2 , antaget at Δx_2 er meget lille. Massen af luften i de to positioner er ens., så der må derfor gælde at:

$$m = \rho \cdot A_1 \cdot \Delta x_1 = \rho \cdot A_2 \cdot \Delta x_2$$

,hvor det antages at luftens densitet er konstant. Da der er samme masse og densitet, er volumenet af vindrøret i de to positioner ens.

Selvom massen og volumen er ens for de to positioner, er der stadig udført et arbejde på vindrøret, grundet trykforskel i de to positioner. Arbejdet udført af trykket på den krumme overflade er vinkelret på bevægelsesretningen, så det er udelukkende trykforskellen på endefladerne der udfører et arbejde på luftmassen. Hvis trykket i de to positioner benævnes hhv. p_1 og p_2 , kan det udførte arbejde på røret under flytningen bestemmes som:

$$W = p_1 \cdot A_1 \cdot \Delta x_1 - p_2 \cdot A_2 \cdot \Delta x_2 = (p_1 - p_2) \cdot V$$

Alle andre kræfter der fx opstår som følge af gnidning mellem luftmolekyler osv. ser vi i dette tilfælde bort fra. Det udførte arbejde er også lig ændringen i luftmassens kinetiske energi. Der kan derfor skrives:

$$W = \Delta E_{kin} \Leftrightarrow (p_1 - p_2) \cdot V = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot v_1^2 \Leftrightarrow$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \Leftrightarrow \underline{p + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = konstant}$$

Denne ligning kan genkendes som Bernoullis ligning. Den viser at der er en konstant sammenhæng mellem luftens tryk og dens hastighed.

⁴ Elvekjær og Nielsen, Vindenergi og Vindmøller; s. 37

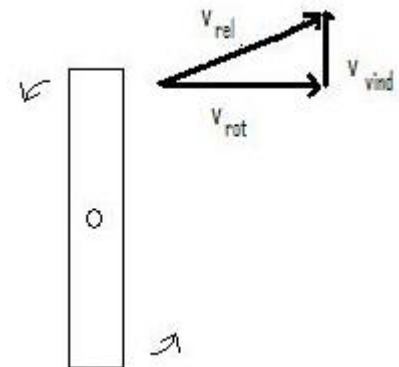
Hvis man betragter vindrøret ses det hvordan tværsnitsarealet er mindre når røret passerer vingen på oversiden. Da volumen af vindrøret er konstant, må vindhastigheden derfor være større, da det tager samme tid at bevæge sig fra Q_1 til Q_1' som fra Q_2 til Q_2' . Et vindrør der passerer undersiden af vingen, ændrer hverken form eller hastighed. Iflg. Bernoullis ligning er der derfor et

mindre tryk på oversiden end på undersiden af vingen. Der må derfor være en resulterende opadrettet kraftpåvirkning på vingen. Det er denne kraft på vingen, opdriften, eller på engelsk *lift*, der er grunden til at et fly kan lette og en vindmølle rotere. Der er dog også en kraft i vindretningen, *drag*, der skyldes vindmodstanden. Se figur 2.⁵



Figur 2: Luftstrømmen omkring en vinge, samt de kræfter der virker på vingen.

Det kan undre at en vinge der bygger på samme princip som en flyvinge, kan bruges på en vindmølle. På en flyvemaskine, bevæger vinden sig nogenlunde parallelt med vingen, mens vinden umiddelbart rammer en vindmøllevinge nogenlunde vinkelret. Når vingerne skal begynde deres rotation, vil møllen rette vingerne ind så de står mere parallelt med vinden, og trinvist dreje sig mere ud af vinden som rotationshastigheden øges. Når møllen roterer, vil den vind der rammer vingerne ikke kun være rettet i den omkringliggende vinds retning. Vingen vil udover denne vind også relativt blive påvirket af en vind, pga. vingens rotation. Vingen vil bevæge sig igennem noget luft, på samme måde som en vind ville bevæge sig udenom vinden. Den resulterende vindhastighed vil derfor være summen af vindhastighedsvektoren og den modsatrettede tangentielle rotationsvektor.

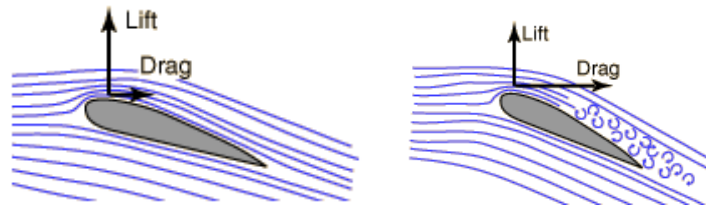


Figur 3: Skitse af relativ vindhastighed. Vindens retning er "ind i papiret".

Hvis en mølle ikke kan dreje vingerne i forhold til vindretningen, kan rotoren godt begynde at rotere, såfremt vingerne ikke står vinkelret på vindretningen. Årsagen til rotation skal da findes i Newtons tredje lov.

Hvis det sker at en vinge bevæger sig for hurtigt eller for stejlt ind i en luftstrøm, vil opdriften mindskes markant, og der vil opstå turbulens i luftstrømmen. Det gælder altså om at rette vingen ind i en optimal vinkel med vinden således at opdriften bliver så stor så mulig. Denne vinkel kaldes vingens angrebsvinkel. Angrebsvinklen på en vinge optimeres derfor efter vindmøllens ønskede rotationshastighed. Samtidigt vil en større angrebsvinkel betyde at vingen har en større vindmodstand i sin rotation. Man er derfor nødt til ved pitching af en vinge, at finde det bedste kompromis mellem opdrift, *lift* og vindmodstand, *drag*. Se figur 4.

⁵ <http://www.sbgym.lb.schule-bw.de/unterricht/faecher/ph/stroemungsphysik/tragfluegel.htm>



Figur 4: Kræfter ved henholdsvis optimal og for stor angrebsvinkel.⁶

Den relative vindhastighed er afhængig af positionen på møllevingen. Jo længere man bevæger sig væk fra navet, jo større er hastighedskomponenten forårsaget af møllens rotation. Dette betyder at den optimale angrebsvinkel afhænger af afstanden til navet og dette udnyttes i moderne møllevinger. Man kan ved avancerede aerodynamiske udregninger, som der ikke vil blive forklaret nærmere, opskrive følgende tabel for en såkaldt Betz-optimeret vindmøllevinge med en længde på 5 m:

Afstand fra nav i procent af vingelængde	Vingebredde [m]	Vinkel af vinge i forhold til rotationsplan [°]	Vinkel af relativ vind [°]
10 %	1,375	36,6	43,6
20 %	1,858	18,5	25,5
30 %	0,604	10,6	17,6
40 %	0,462	6,4	13,4
50 %	0,373	3,8	10,8
60 %	0,313	2,0	9,0
70 %	0,269	0,7	7,7
80 %	0,236	-0,2	6,8
90 %	0,210	-1,0	6,0
100 %	0,189	-1,6	5,4

Tabel 1: Data for en såkaldt Betz-optimeret vindmøllevinge⁷.

Tabellen viser vingens udformning i den aerodynamisk optimale situation. Det ses hvordan angrebsvinklen falder med afstanden til navet, præcis som antaget. Samtidigt mindskes bredden af vingen, og dette er også med til at sikre en ensartet kraft på vingen i hele dens længde. Kraftmomentet ville simpelthen blive for stort, hvis vingerne havde samme bredde i hele deres længde. Det skal også bemærkes hvordan forskellen på vinklen af vingen i forhold til vinklen af den relative vind, dvs. angrebsvinklen, er konstant over hele vingen.

Under besøget hos Siemens Wind Power fik vi forklaret hvordan de bruger computerberegninger til at bestemme den mest optimale vingeform. De fortalte at de alligevel ændrer på det beregnede design, for at skabe en vinge hvor der både tages højde for aerodynamikken og produktionsomkostningerne. Desuden kan vingedesignet også blive ændret af transportmæssige årsager. Vi fik forklaret et eksempel på en vinge hvor den mest optimale form havde en kordelængde på omkring 7 m ved navet. Det viste sig at de aerodynamiske egenskaber næsten var uændrede, selvom man ændrede kordelængden til omkring 3 m, og da man derfor kunne spare produktionsomkostninger og forhindre evt. transportproblemer, valgte man dette kompromis.

⁶ <http://www.sbgym.lb.schule-bw.de/unterricht/faecher/ph/stroemungsphysik/tragfluegel.htm>

⁷ J. F. Manwell, J. G. McGowan, A. L. Rogers: Wind Energy Explained, Theory, Design And Application; s. 112

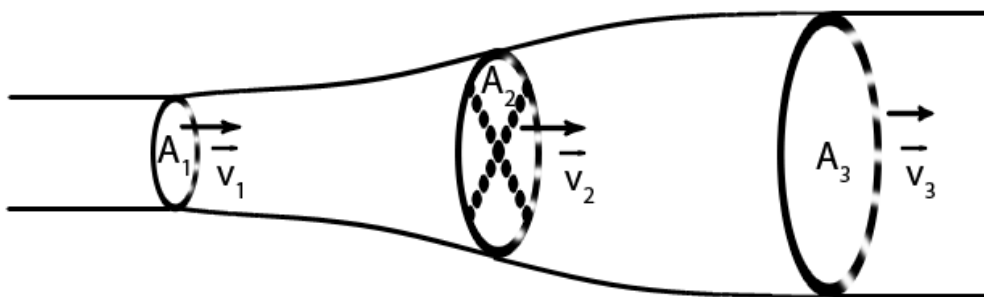
Moderne vindmøllevinger kan veje op til ca. 20 tons. Som tidligere nævnt er det umuligt at fremstille vingerne med præcis samme masse, derfor parres vingerne tre og tre med omtrent samme vægt efter fremstillingen. På denne måde reduceres problemerne med 1P-ustabilitet.

Grundlæggende effektteori

Der kan opstilles flere forskellige avancerede modeller for teorien bag en vindmølles virkemåde. Vi vil i dette afsnit forsøge ved hjælp af simple overvejelser og med udgangspunkt i den klassiske mekanik, at beskrive hvordan energien i vinden omsættes til en rotation af vindmøllerotoren.

Da aerodynamikken omkring en vindmølle ikke er nem at beskrive, vil vi benytte en simpel fluiddynamisk model tilskrevet *Betz* (1926), til at beskrive sammenhængen mellem energien i luften og den energi der kan genereres af vindmøllen. Denne model bygger på teori skabt for over 100 år siden til at forudsige opførelsen af skruer på skibe. En stor del af teorien viser sig altså at virke ligeså godt i atmosfærisk luft. Modellen tager udgangspunkt i de fundamentale aksiomer for fluiddynamik om bevarelse af masse, impuls og energi for lukkede fluidmekaniske systemer. Dvs. at den samlede energi i et fluid, i vores tilfælde atmosfærisk luft, kan findes i fire forskellige former. Potentiel energi forårsaget af tyngdekraften (udtrykkes vha. tyngdeaccelerationen og positionen), termodynamisk tryk (udtrykkes vha. luftens densitet), kinetisk bevægelsesenergi (udtrykkes vha. luftens hastighed) og termisk energi (udtrykkes vha. luftens temperatur). Vi kan med stor sikkerhed antage at temperaturen og tyngdeaccelerationen er konstant på hver side af rotoren.

Det er normalt ønskeligt at så stor en del af energien i vinden omsættes til rotation af rotoren. Man kan forestille sig en situation hvor al den kinetiske energi afsættes i rotoren. Dette vil betyde at vinden stopper op momentant når den rammer rotoren, og der vil da ikke længere kunne passere nogen vind. Vinden må altså have en hastighed efter rotoren, som ikke er nul, så denne situation er ikke en mulighed. Det er altså med en vindmølle ikke muligt at udnytte energien i vinden 100 %. Vha. Betz' model kan man bestemme udtryk for hhv. vindens effekt og møllens effekt og hvor stor en del af vindens energi der maksimalt kan udnyttes.



Figur 5: Vindrør omkring en rotor.

For at bestemme energien i vinden, er det nødvendigt at betragte et *vindrør* som på figur 5. Vindrøret er et objekt hvor luftstrømme kun bevæger sig gennem endefladerne. Alle andre steder følger rørets overflade vindretningen. I midten af vindrøret passerer en rotor, som har samme tværsnit som røret. Vindrøret har tværsnitsareal A_1 og hastighed v_1 i position 1 dvs. før vinden rammer rotoren, det har tværsnitsarealet A_2 og hastigheden v_2 i position 2 i punktet hvor vinden rammer rotoren, og tværsnitsarealet A_3 og hastigheden

v_3 i position 3 efter vinden rammer rotoren. Systemet antages at være *steady state* og har derfor ingen tidsafhængighed. Desuden antages det at rotoren har et uendeligt antal vinger. Det antages at vinden udfører et uniformt tryk på vingen, over hele dens areal og vi antager at en enhver slipstrøm følger vindrøret, så vinden kan derfor ikke rotere eller lign. Et langt stykke før og efter rotoren antages det at trykket er det samme som omgivelsernes statiske tryk.

Ved at udnytte førnævnte forudsætninger kan udtrykket for den masse, Δm , der passerer et tværsnit af vindrøret i løbet af tiden Δt , skrives som:

$$\Delta m = \rho \cdot v \cdot A \cdot \Delta t$$

Da der er massebevarelse, må massen der passerer alle tværsnit i positionerne 1, 2 og 3 være ens. Dette kan omskrives til den masse der passerer pr. tidsenhed:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho \cdot v_2 \cdot A_2 = \rho \cdot v_3 \cdot A_3$$

Impulsen pr. tidsenhed af den samme luftmængde er:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot v$$

Hvor v afhænger af positionen i vindrøret.

Den kinetiske energi, E_{kin} , pr. tidsenhed i luftmængden med hastighed v er derfor:

$$\frac{\Delta E_{kin}}{\Delta t} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot v^2$$

Dette er netop et udtryk for den energi der passerer gennem et tværsnitsareal af vindrøret pr. tidsenhed. Vi kalder dette for vindens effekt, P_{vind} , og den betegnes:

$$P_{vind} = \frac{\Delta E_{kin}}{\Delta t} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot v^2$$

Ved indsættelse af ligningen, $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho \cdot v \cdot A$, fås et udtryk for sammenhængen mellem vindens effekt og vindens hastighed:

$$P_{vind} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot v^3$$

Effekten afhænger altså af vindhastigheden i tredje potens. En fordobling af vindhastigheden mod en vindmølle vil derfor teoretisk betyde en 8-dobling af den skabte effekt.

Som tidligere skrevet, er det ikke muligt at udnytte hele vindens energi. Selvom vindmøller i dag er enormt effektive, er det stadig en betydelig del af energien i vinden som ikke kan udnyttes. Som hovedregel er man selvfølgelig altid mest interesseret i en vindmølle der mest optimalt omsætter vindenergi til rotationsenergi. For at undersøge effektiviteten af en vindmølle, er det bl.a. nødvendigt at studere de kræfter vinden påvirker møllen med. Vindens kraftpåvirkning på rotoren, kaldet $F_{mølle}$, er en vektor gående

i vindens retning. Ifølge Newtons tredje lov, påvirker møllen vinden med en lige så stor, modsatrettet kraft, $-F_{mølle}$. Hvis vinden bevæger sig strækningen Δs i tidsrummet Δt i vindmøllens position kan møllens effekt på vinden, $-P_{mølle}$ skrives som:

$$-P_{mølle} = -F_{mølle} \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} \Leftrightarrow P_{mølle} = F_{mølle} \cdot v_{mølle}$$

Impulsen i dette lukkede system antages som tidligere skrevet at være bevaret. Dvs. den impuls der findes i vinden før den rammer rotoren, er den samme som impulsen af rotoren og impulsen af vinden efter rotoren. Ved brug af ligningen, $\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot v$, gælder der derfor at:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta p_1}{\Delta t} &= \frac{\Delta p_2}{\Delta t} + \frac{\Delta p_3}{\Delta t} \Leftrightarrow \\ \frac{\Delta p_2}{\Delta t} &= \frac{\Delta p_1}{\Delta t} - \frac{\Delta p_3}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot (v_1 - v_3) \end{aligned}$$

Dette er samtidig udtrykket for vindens kraft på vindmøllen iflg. Newtons anden lov. Udtrykket for kraften på møllen kan dermed omskrives:

$$F_{mølle} = \frac{\Delta p_2}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot (v_1 - v_3)$$

Når hastigheden af vinden ændres, må den kinetiske energi i vinden omdannes til rotationsenergi i rotoren, da det er antaget at der er energibevarelse. Forskellen på vindens energi før og efter den har passeret møllen, må derfor findes som energi i møllen. Effekten på møllen betegner hvor meget kinetisk energi vinden afsætter i møllen pr. tidsenhed.

$$\frac{\Delta E_{kin.2}}{\Delta t} = \frac{\Delta E_{kin.1}}{\Delta t} - \frac{\Delta E_{kin.3}}{\Delta t}$$

Som ved brug af ligningen, $P = \frac{\Delta E_{kin}}{\Delta t} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot v^2$, kan omskrives til:

$$P_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot v_3^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot (v_1^2 - v_3^2)$$

Vi har i denne udregning antaget at den totale energiændring i vinden findes i den kinetiske energi. Vi benytter altså her vores antagelse om at vinden ikke ændrer temperatur, som følge af gnidning mellem luftmolekyler el. lign. Desuden bruges antagelsen om at der ikke er nogen slipstrøm eller rotation i vinden efter møllen. Ellers ville udtrykket for v_3 have været meget mere kompliceret.

Ved brug af de tidligere resultater, kan følgende udtryk nu opskrives:

$$\begin{aligned} P_2 = F_{mølle} \cdot v_{mølle} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot (v_1^2 - v_3^2) \Leftrightarrow \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot (v_1 - v_3) v_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot (v_1 - v_3)(v_1 + v_3) \Leftrightarrow \\ &\underline{v_2 = \frac{1}{2}(v_1 + v_3)} \end{aligned}$$

Vindhastigheden ved møllen ses (måske overraskende) at være gennemsnittet af vinden foran og bagved møllen.

Effektiviteten af møllen kan bestemmes ved at beregne hvor stor energi der findes i vinden på netop dette område af vindrøret, hvis møllen ikke stod der. I denne situation ville vindens hastighed være v_1 og effekten vil kunne beregnes vha. ligningen for vindens effekt.

Et tal for vindmøllens effektivitet, kan beregnes som forholdet mellem effekten genereret af den opstillede vindmølle og den teoretiske effekt i vinden. Dette forhold kaldes vindmøllens C_p -værdi, og er givet ved:

$$C_p = \frac{P_{mølle}}{P_{vind}} = \frac{F_{mølle} \cdot v_2}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A_m \cdot v_1^3} = \frac{\rho \cdot v_2 \cdot A_m \cdot (v_1 - v_3) \cdot v_2}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A_m \cdot v_1^3} = \frac{2 \cdot v_2^2 \cdot (v_1 - v_3)}{v_1^3}$$

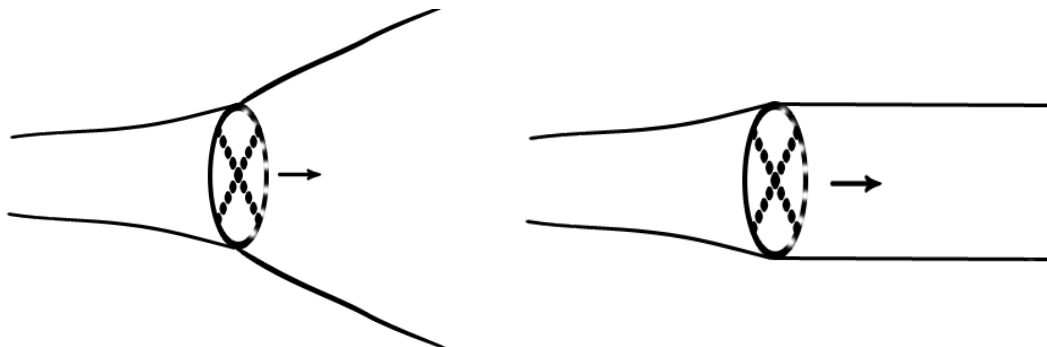
Udtrykket for v_2 indsættes:

$$C_p = \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{2}(v_1 + v_3)\right)^2 \cdot (v_1 - v_3)}{v_1^3}$$

Hvilket kan omskrives til:

$$C_p = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \left(\frac{v_3}{v_1}\right)^2\right) \cdot \left(1 + \frac{v_3}{v_1}\right)$$

Konstanten $\alpha = \frac{v_3}{v_1}$ indføres. Den beskriver forholdet mellem vindhastigheden efter og før møllen er passeret. Det ses at $0 \leq \alpha \leq 1$. Geometrisk kan α -værdien fortolkes på følgende måde. Jo mindre værdien er, jo mere vil vinden fylde efter møllen er passeret, pga. den relativt meget lave hastighed. Hvis værdien nærmer sig 1, vil næsten ingen hastighedsændring ske, og derfor vil næsten ingen effekt afsættes i møllen. Vinden vil derfor næsten uændret passere forbi møllen. Se figur 6.



Figur 6: Fortolkning af α . I situationen til venstre er α lille, mens den nærmer sig 1 til højre.

Med indførelsen af konstanten α , kan følgende udtryk for C_p -værdien opskrives:

$$C_p = \frac{1}{2} \cdot (1 - \alpha^2) \cdot (1 + \alpha)$$

Da vi er interesseret i at maksimere effekten, findes den maksimale værdi af C_P . Først differentieres udtrykket, for at finde for hvilket α C_P har ekstrema:

$$\frac{dC_P}{d\alpha} = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2}\alpha^2 - \alpha - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3}$$

,da $0 \leq \alpha \leq 1$.

Det viser sig at dette er et maksimum. Teoretisk betyder det at hvis vindhastigheden ved rotoren var $\frac{2}{3}$ af vindhastigheden før møllen, ville møllen generere den størst mulige effekt. Den maksimale C_P -værdi er:

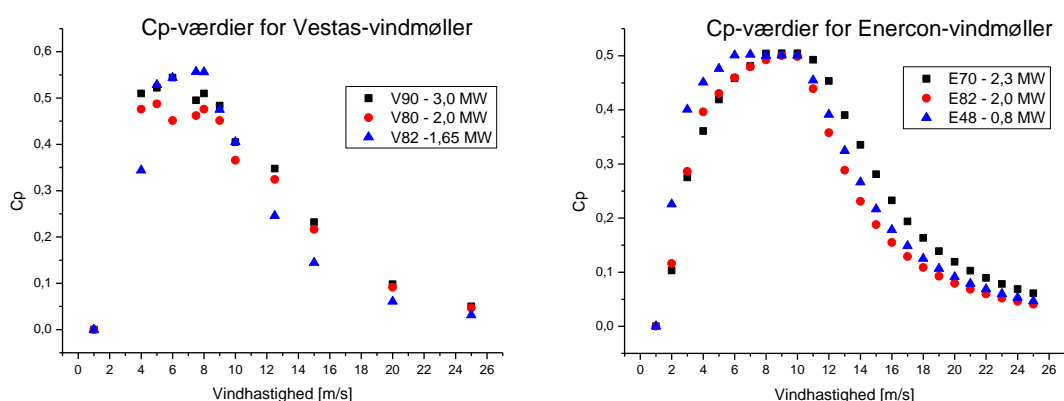
$$C_{P,max} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{16}{27} \approx 59\%$$

Effekten af en vindmølle, ifølge denne teori, kan derfor aldrig blive større end 59 % af vindens effekt. Det skal understreges at der i udledningen ikke blev taget hensyn til vindmøllens konstruktion. Denne grænse kaldes for Betz-grænsen.

Vindmølleindustrien er efterhånden nået langt i udviklingen af vindmøllen, men hvor god udnyttelse har en moderne vindmølle? På de fleste vindmøllefabrikanter hjemmeside⁸ kan man finde effektkurver over de forskellige vindmøller, samt vindmøllens rotorareal. Hvis man samtidigt kender værdien for luftens densitet på opstillingsstedet kan der laves en C_P -graf.

Der er i udregningerne foretaget enkelte antagelser som det er vigtigt at være opmærksom på. Luftens densitet falder med højden, med det er her antaget at densiteten er den samme over hele rotorarealet. Luftens densitet er sat til $1,225 \text{ kg/m}^3$, dvs. densiteten af tør luft, ved 1 atm tryk og 15°C . Det antages også at vinden kan udnyttes på hele rotorarealet.

Her ses C_P -grafer for tre Vestas-møller og tre Enercon-møller:



Figur 7: C_P -værdier for hhv. Vestas- og Enercon-møller.

⁸ Fx <http://www.vestas.com/> og <http://www.enercon.de>

Som det ses på graferne udnytter vindmøllerne vinden bedst ved en vindhastighed på mellem ca. 6 m/s og 9 m/s. Dette er ingen tilfældighed, da den gennemsnitlige vindhastighed typisk ligger inden for dette interval. Det skal også bemærkes hvordan alle møllerne har en udnyttelse på over 50 % omkring denne hastighed. Vindmøllerne udnytter altså vinden stort set optimalt, jf. Betz-grænsen. Det er dog heller ikke på udnyttelsesområdet at udviklingen af vindmøller i dag er størst. Den største del af udviklingen sker med henblik på bl.a. mindskelse af lydniveauet, reduktion i produktionsomkostninger og teknologi til etablering af vindmøller i områder med hårdt klima eller på utraditionelle steder, dvs. fx bjergsider eller *offshore*.

Eksempel på beregning af årlig energiproduktion af hobby-vindmølle

Firmaet ProCure A/S sælger en hobby-vindmølle under navnet WG-400. Denne vindmølle har en rotordiameter på 1,4 m, en maksimal udgangseffekt på 450 W og sælges til en pris på 5600 kr. inkl. moms. Som de skriver i annoncen, figur 8, kan den fx bruges til vandopvarmning. Det kunne være interessant at undersøge om vindmøllen er en fornuftig investering, dvs. hvor lang tid der går før møllens indkøbspris er tjent ind igen i form af en strømbesparelse.

Fabrikanten har stillet en effektkurve for møllen til rådighed⁹, så det er derfor nødvendigt at finde en metode til at omregne dette til fx en total årlig produktion. Vindmøllefabrikanter bruger ofte standarder fremlagt af "Den Internationale Elektrotekniske Kommission" (IEC) for måling og beregning af en lang række parametre for vindmøller. En af disse standarder, IEC 61400-12, beskriver proceduren for måling af effekt-karakteristikker. Dokumentet forklarer bl.a. hvordan man ved hjælp af en punktvis effektmåling ved forskellige vindhastigheder kan udregne den årlige energiproduktion¹⁰ (AEP), hvis man samtidig kender den gennemsnitlige vindhastighed i rotorhøjden. Den årlige produktion, AEP, kan beregnes som:

$$AEP = N_h \sum_{n=1}^N (F(V_n) - F(V_{n-1})) \left(\frac{P_{n-1} + P_n}{2} \right)$$

, hvor N_h er antallet af timer på et år (8760), N er antallet af effektmålinger og V_n og P_n er hhv. vindhastighed og effektmåling i måling nr. n . $F(V)$ er Rayleigh-fordelingen for vindhastigheden V , og er defineret som:

$$F(V) = 1 - e^{-\frac{\pi}{4} \left(\frac{V}{V_{gns}} \right)^2}$$

, hvor V_{gns} er den gennemsnitlige årlige vindhastighed i rotorens centrum og V er vindhastigheden.



Figur 8: Annonce for WG-400.

⁹ <http://www.procare.dk/DatabladWG400-600.pdf>

¹⁰ IEC 61400-12 s. 18.

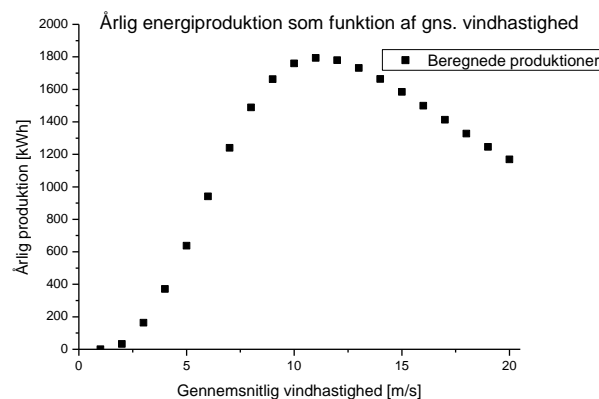
Denne udregningsmetode benyttes til at udregne den samlede årlige produktion som funktion af den gennemsnitlige vindhastighed i rotorhøjde. Følgende data fra producenten er oplyst¹¹:

Vindhastighed (m/s):	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Effekt (W):	0	25	60	90	120	155	190	250	320	400	450	460	450	440	435

Tabel 2: Sammenhæng mellem vindhastighed og effekt for WG-400.

Under udregningen af den årlige produktion, skal vi kende møllens "cut out speed", altså den vindhastighed hvor møllen af sikkerhedsmæssige årsager automatisk bremses og dermed stopper med at producere strøm. For at hobby-møllen ikke skal gå i stykker ved høje vindhastigheder som fx under en storm, er vingerne lavet fleksible, så ved høje vindhastigheder vil vingerne simpelthen bøje bagud og dermed mindske produktionen. Overbelastningssikringen er derfor en vindelastisk drejning af vingerne. Dette adskiller sig fra "rigtige" vindmøller, da hobby-vindmøllen derfor ikke har en specifik "cut out speed". Det antages at møllens "cut out speed" er lidt over 17 m/s. Det har kun ringe betydning for beregningen, da vindhastigheden i Danmark sjældent er større end 17 m/s i længere perioder.

Med hjælp fra Maple findes følgende sammenhæng mellem den årlige energiproduktion og den gennemsnitlige vindhastighed i rotorhøjde:



Figur 9: Årlig energiproduktion som funktion af gennemsnitsvindhastigheden.

Den maksimale energiproduktion sker ved en vindhastighed på omkring 11 m/s og er på ca. 1800 kWh pr. år. Fabrikantens oplysninger om at vingerne begynder at bøje bagud når vindhastigheden bliver tilpas høj, forklarer den aftagende produktion, ved højere gennemsnitlige vindhastigheder. Den maksimale gennemsnitlige vindhastighed i Danmark er på ca. 6 m/s i 10 meters højde¹². Det kunne være interessant at udregne hvor lang tid det ville tage før vindmøllen er tjent ind, hvis man monterer den på et sådan sted, hvor der ifølge grafen produceres omkring 941 kWh pr. år. Elselskabet DONG oplyser på deres hjemmeside¹³ at prisen for én kWh er ca. 1,79 kr., så tiden før møllen har tjent sig selv ind er:

$$t = \frac{5600 \text{ kr}}{1,79 \frac{\text{kr}}{\text{kWh}} \cdot 941 \frac{\text{kWh}}{\text{år}}} \approx 3,3 \text{ år}$$

¹¹ <http://www.procure.dk/DatabladWG400-600.pdf>

¹² Finn Elvekjær, Henry Nielsen – Vindenergi og vindmøller, s. 49

¹³ http://www.dongenergy.dk/privat/elognaturgas/El/basispris_kvartal/detaljer.htm pr. 10/1-08

Det tager altså mindst ca. 3 år og 4 måneder før vindmøllen har tjent sig selv ind. Bemærk at der i udregningen ikke er taget højde for porto, ekspedition, vedligeholdelse og installationsomkostninger, så i virkeligheden tager det en del længere tid. Desuden er det ikke utænkeligt at fabrikantens effektoplysninger er en smule overdrevne. Ud fra beregningerne kan man konkludere at vindmøllen ikke er en speciel god forretning, men primært er en hobby.

Forsøgsopstilling

Generelt

Vi vil konstruere en forsøgsopstilling, der først og fremmest gør os i stand til at måle effektkurver for en række forskellige vindmøller i vindtunnelen. Opstillingen skal kunne variere nogle centrale parametre som vindhastighed og vinklen mellem rotorplan og vind. Desuden skal vi kunne måle rotorhastighed og vindhastighed, mens effekten fra vindmøllen måles. Således kan vi undersøge effektens afhængighed af de forskellige størrelser.

Opstillingen skal gøre det muligt at skifte rotor, således at man kan variere type af rotor, hvor angrebsvinkel, antal vinger mm. varieres.

Vores opstilling skal desuden kunne måle kraftpåvirkningen og udsvingsamplitude på tårnet, når vindmøllen udsættes for forskellige vindhastigheder, samt når møllen krøjes ud af vinden.

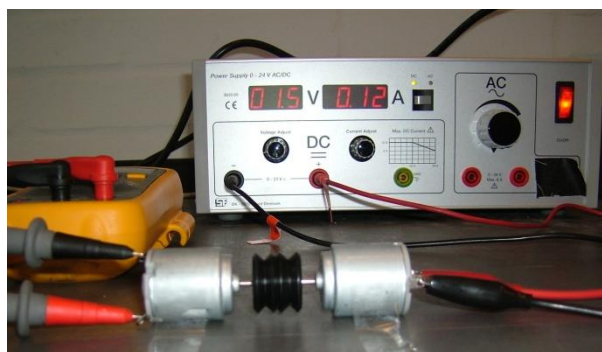
Karakterisering af motor/generator

Som generator til vindmøllen, benytter vi en lille 6 V motor. Inden vi kan gå i gang med at måle effektkurver for vindmøllen vha. generatoren, skal vi karakterisere denne, dvs. undersøge hvor stor en del af møllens effekt, generatoren omdanner til strøm. Hvis generatoren fx kun omdanner 50 % af den effekt den bliver påvirket af, har vindmøllen reelt produceret dobbelt så meget effekt, som vi måler.

For at karakterisere motoren som generator, kobled vi to motorer sammen, lod den ene agere motor, dvs.

sluttede den til en spændingsforsyning, og den anden generator. Når motoren tilsluttes spænding, driver den generatoren rundt, og vi målte så strøm og spænding for hhv. motoren og generatoren. Vha. Ohms lov kunne vi så udregne den indkommende effekt, som motoren yder, og den effekt, generatoren omdanner.

Dog skulle vi først vide, hvor stor en del af effekten fra spændingskilden motoren udnytter. Til dette formål hængte vi et lod i en snor fra motoren. Motoren blev påtrykt spænding og sat til at løfte loddet. Ved at måle afstanden, loddet var hævet, samt massen af loddet og den tid, det tog at hæve det, kunne vi så



Figur 10: Karakterisering af generator.

udregne effekten, løftet krævede. Ved at sammenligne denne effekt med effekten fra spændingskilden, fås procentdelen af effekten, som motoren yder.

Vindhastighed

Vindhastigheden i tunnelen kan justeres med en styringsmekanisme, der har en skala fra 0 til 100, hvor 0 betyder ingen vind og 100 er tunnelens maksimale ydelse.

Selve vindhastigheden måles med en tryksensor, der er placeret centreret i tunnelens tværsnit. Den anvendte tryksensor er et såkaldt pitot-rør, vist på figur 11. Røret har et hul i enden af den vandrette del, der vender op imod vinden. Desuden er der tre huller midt på det vandrette stykke. Inde i røret er der to slanger; én, der samler luft op ved hullerne midt på rørets vandrette del og én, der samler luft op ved enden af røret. De to rør samles i en sensor, der måler forskellen mellem lufttrykket i de to rør. Grunden til, at der er en trykforskel kan forklares vha. Bernoullis ligning:

$$p + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = \textit{konstant}$$

Da hastigheden fra enden af røret til bøjningen er faldet fra vindhastigheden v til 0, vil trykket i røret stige så Bernoullis ligning overholdes. Ved enden af røret er

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = \textit{konstant}$$

Ved bøjningen er

$$p_2 = \textit{konstant}$$

da $v = 0$ ved bøjningen.

Samlet kan vindhastigheden nu isoleres og bestemmes ud fra trykforskellen:

$$v = \sqrt{\frac{(p_2 - p_1) \cdot 2}{\rho}}$$

Da vi kun kender vindhastigheden midt i tunnelens tværsnit, antager vi i vores målinger, at vindhastigheden er konstant på hele tunnelens tværsnit. Dette er dog ikke tilfældet.

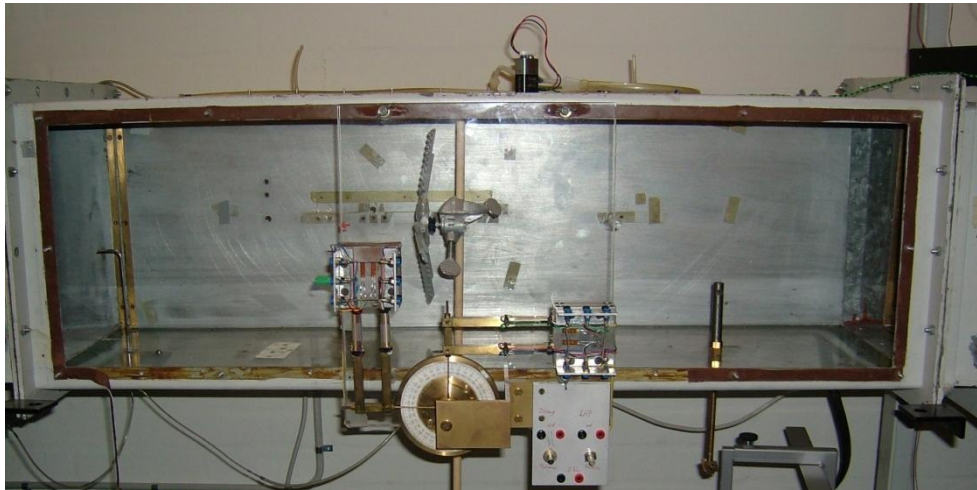
Med denne opstilling kan vi skrue gradvist op for vindstyrken og måle sammenhørende værdier mellem effekt og vindhastighed. Effektkurven er effekt som funktion af vindhastighed.



Figur 11: Pitot-rør til vindhastighedsmåling.

Effekt

Udgangspunktet for forsøgsopstillingen er naturligvis vindtunnelen, der har et rum med to åbninger, hvor vi kan placere de forskellige vindmøller.



Figur 12: Central del af vindtunnelen.

Vi vil udføre målinger på forskellige rotortyper, dvs. hvor vingernes størrelse, antal, angrebsvinkel og form varieres. Rotorerne er monteret på en lille generator, der omdanner rotationen af rotoren til elektrisk energi. Generatoren med rotor fastmonteret fæstnes på et tårn, der føres op gennem et hul i bundpladen, så selve rotoren er placeret så centreret i vindtunnelens tværsnit som muligt. Strømmen fra generatoren føres via en formodstand til en signalkonditioneringsboks, hvorfra LabVIEW modtager et spændingssignal. Dvs. når rotoren drives rundt af vinden genererer generatoren en effekt, og størrelsen af denne kan vi regne ud fra formodstanden og den målte spænding vha. Ohms lov.

Vi vil først måle effektkurver for rotor sat direkte på generator, dvs. uden gear. Hvis det bliver nødvendigt, vil vi lave målinger med gear monteret. Med nødvendigt menes, at vingerne muligvis skal dreje rundt med en meget høj frekvens, for at generatoren kan yde en tilfredsstillende effekt. I så fald kan møllen let løbe løbsk. Ved at montere et gear, kan vi lade generatoren køre meget hurtigt, hvorved den yder en højere effekt, uden at rotoren drejer risikabelt hurtigt rundt. Vi får herved mere effekt ud af hver omdrejning møllevingerne laver.

Vi ønsker at undersøge effektens afhængighed af vingernes angrebsvinkel. Således vil vi måle effektkurver for tre møllevinger med angrebsvinkler hhv. 0° , 5° og 10° . Disse tre møllevinger har vi fået af Siemens Wind Power. Udover den varierende angrebsvinkel fra vinge til vinge, har de tre den fordel, at deres aerodynamik er tættere på en realistisk model end fx LEGO-vinger, som vi også vil måle på. Rotorerne fra Siemens er tobladede, mens LEGO-vingerne er trebladede og CPU-blæseren er sybladede. Hermed kan vi altså også variere antallet af vinger.

Rotorfrekvens

For at kunne måle rotorfrekvensen, har vi monteret en laser under tunnelen, der lyser således, at laserstrålen netop bliver afbrudt hver gang en møllevinge passerer. Bag ved vindmøllen har vi placeret en fotodiode, der detekterer lyset fra laserstrålen. Denne sensor har vi forbundet til signalkonditioneringsboksen. Herfra sendes signalet videre til LabVIEW, hvor der er lavet et program, der tæller en passage hver gang den detekterede intensitet er over et vist niveau. Da møllevingerne afbryder laserlyset, modtager LabVIEW et antal passager per tid og beregner frekvensen af rotoren ved at dividere med antallet af vinger. Hvis LabVIEW fx modtager 30 passager på 1 sekund for en mølle med tre vinger, har rotoren en frekvens på 10 Hz.

Krøjning

En moderne vindmølle har et krøjesystem, der kan dreje rotoren ind i vinden, så vinden altid rammer vinkelret ind på rotorens plan. Da vinden i vindtunnelen ikke kan skifte retning, har vi imidlertid konstrueret et modsat krøjesystem, der drejer møllen ud af vinden, hvis rotorhastigheden bliver for høj. Normalt undgår man ulykker ved for høje vindhastigheder ved simpelthen at dreje vingerne. Men da dette var lidt vanskeligere for os at konstruere i praksis, har vi valgt at konstruere et krøjesystem som bremse.

På denne måde kan vi dels undersøge møllens effekt ved krøjning – altså måle effekt ved forskellige krøjningsvinkler – og dels har vores opstilling fået tilføjet en ”sikkerhedsforanstaltning”, der krøjer møllen ud ved for store belastninger, så den ikke løber løbsk og knækker eller falder af. Denne foranstaltning kan også bruges til effektregulering ved høje vindhastigheder.

Krøjemekanismen består af et drejeligt, rundt bord, der står på et højdejusterbart stativ. Grunden til at medtage det justerbare bord er, at bordet drejes rundt af en motor der via et gear er forbundet til et LEGO-hjul med dæk. Gearet medtages, for at motoren kan få lov til at yde sit optimale, hvilket den gør ved høje omdrejningstal, samtidig med at bordet kan roteres langsomt og præcist. Dette er hensigtsmæssigt, da bordet blot skal drejes inden for 180° , og vi gerne skulle nå at foretage mange målinger under selve krøjningen. Hjulet med dæk er placeret under drejebordet, og vha. det justerbare bord kan dækket placeres, så dækket netop tangerer undersiden af bordet. På denne måde driver hjulet bordet rundt. For at øge friktionen har vi lavet en kant af gaffatape på undersiden af drejebordet.

Vi har desuden monteret en laser af samme type som til frekvensmålingen. I gearret til krøjningsbordet er monteret en LEGO-klods, der afbryder laserstrålen for hver omgang et bestemt tandhjul tager. Ved både at måle antal passager for denne afbryder og registrere, hvornår bordet har kørt en omgang, kan vi få en værdi for antal passager per omgang for bordet. Dette tal indkodes i LabVIEW-programmet, således at vi kan bestemme hvor mange radianer rotoren er krøjet i forhold til vinden.



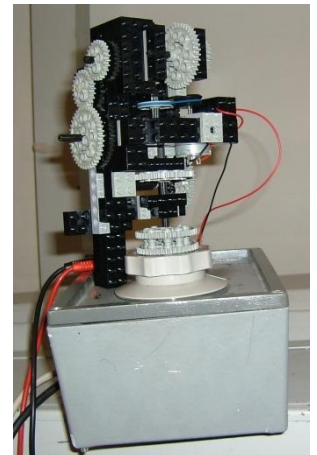
Figur 13: Det konstruerede krøjebord.

Simulering

Ved at programmere vindhastighedens styringsmekanisme til at variere vindhastigheden kontinuert inden for et bestemt spektrum, kan vi lave en "over night-simulering", altså en slags midling over mange forskellige vindhastigheder. Hermed kan vi simulere en realistisk situation, hvor vindhastigheden jo varierer. Samtidig kan vi teste om programmet til krøjemekanismen fungerer som det skal og krøjer møllen ud, når effekten bliver for høj, og tilsvarende drejer møllen ind igen, når effekten bliver for lav. Der indtastes således en værdi for den ønskede maksimale effekt. Når generatoren yder effekter over denne værdi, er LabVIEW programmeret til at krøje møllen ud.

Den afgørende konstruktionsmæssige udfordring i simuleringen er at få computerstyret vindhastigheden. Dette gøres ved at koble vindtunnelens styringsmekanisme til en motor, der så videre styres af en LabVIEW-programmeret

spændingsforsyning. På denne måde kan LabVIEW-programmet lave en realistisk fordeling af vindhastigheder, som videregives i form af varierende spænding til motoren, der så drejer styringsmekanismen.



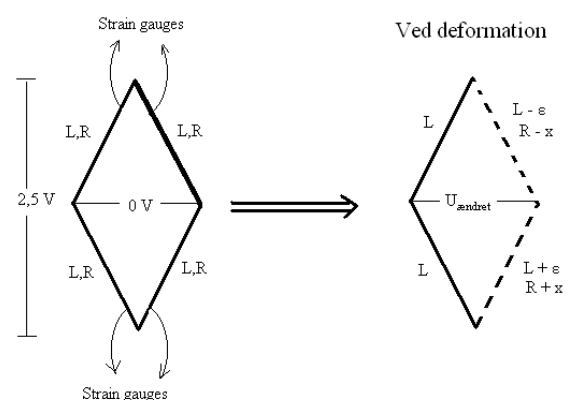
Figur 14: Mekanisk styring af vindhastighed.

Kraftpåvirkning af tårn

Vi ønsker som sagt at måle kraftpåvirkningen og udsvingamplituden på tårnet, når møllen udsættes for forskellige vindhastigheder, samt når rotoren krøjes ud af vinden.

Til at måle kraftpåvirkningen benytter vi strain-gauges, der er små modstande, der ændrer resistans ved små deformationer. Ved at montere strain-gauges på tårnet, vil de deformeres ligesom tårnet. Vi kan måle hvilken ændring i resistans, deformationen giver anledning til, og ud fra dette udregne hvor stor en påvirkning tårnet udsættes for. Da vi arbejder med små deformationer, fokuserer vi på strain i stedet for kraften, da strain er proportionalt med kraften ved små deformationer.

Ved målingen af kraftpåvirkningen, erstatter vi det metaltårn, der bruges i de andre forsøg, med et træårn, idet træ som materiale vil give større deformationer end metal, hvorved deformationen bliver nemmere at detektere. Man kunne i princippet godt benytte et metaltårn til målingen, men ud over den mindre deformation har metaltårnet den ulempe, at det har en meget højere egenfrekvens end træårnet. Da vi vil undersøge udsvingamplituden, når rotoren rammer tårnets egenfrekvens (1P-ustabilitet), kan metaltårnet ikke bruges, da dens egenfrekvens er så høj, at vi ikke kan nå den med rotorfrekvensen.



Figur 15: Bro af strain-gauges.

Nederst på træårnet monterer vi fire strain-gauges med 90° imellem hver, idet der er størst deformation fornedden. De fire strain-gauges kobles så til signalkonditioneringsboksen. Inde i boksen er de fire strain-

gauges forbundet til fire andre modstande i to broer. En bro består således af to ben inde i boksen og to ben på tårnet. Over den enkelte bro er en spændingsforskel på 2,5 V, men mellem de to "grene" er der ved ingen deformation en spændingsforskel på 0 V. En deformation af tårnet vil medføre en deformation - og dermed en resistansændring - af den ene gren i broen.

Hermed ændres spændingsforskellen fra 0 V til en værdi forskellig fra nul. Fordelen ved at konstruere en bro af modstande er, at vi måler ændringen i forhold til 0 V i stedet for i forhold til 2,5 V. Hermed bliver ændringen nemmere at detektere.

Ved at se på den målte udsvingsamplitude af tårnet, vil vi forsøge at bestemme egenfrekvensen af tårnet. Idet vi samtidig med amplitudemålingen måler rotorfrekvensen, kan vi se ved hvilken rotorfrekvens, der er det kraftigste udsving. Ved denne frekvens er der resonans, hvilket må betyde, at rotorfrekvensen netop har ramt tårnets egenfrekvens. Når egenfrekvensen kendes, kan vi lede efter 3P-ustabiliteten.

Grunden til, at vi har to broer af strain-gauges er, at vi med den opstilling kan måle deformationen både i rotorplanens retning og vindretningen. Dette er hensigtsmæssigt, når hhv. 1P- og 3P-ustabiliteterne skal påvises.

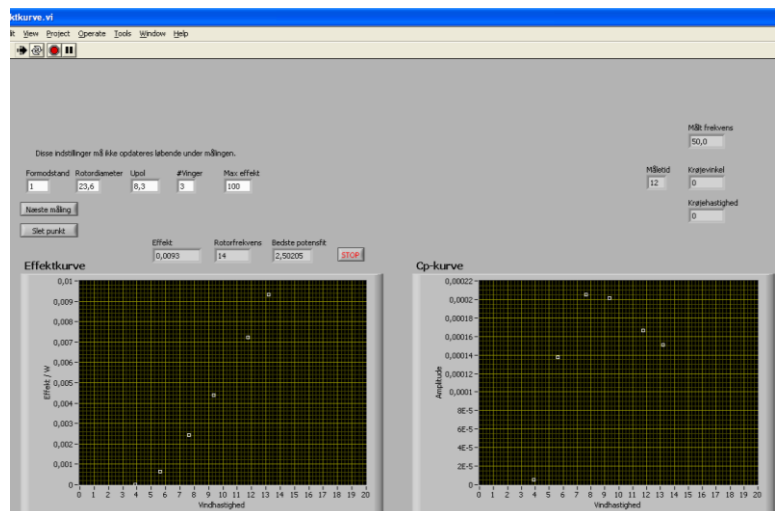
LabVIEW

Denne rapport vil ikke indeholde en detaljeret gennemgang af LabVIEW-programmet, da vores fokus ikke har været på software. Dog vil vi kort redegøre for, hvilke inputs LabVIEW får og hvad den så udregner og plotter.

Til effektmålingen er der en række parametre, som vi selv indtaster: Rotordiameter, antal vinger, formodstand, max-effekt samt polspænding. Polspændingen er spændingen på et batteri der er tilkoblet

vindhastighedsmåleren, som LabVIEW benytter til

at udregne vindhastigheden sammen med den målte trykforskel. Formodstanden bruges som sagt til at udregne effekten ud fra Ohms lov. Ved beregning af C_p -kurven, skal arealet af rotoren udregnes, idet C_p er afhængig af arealet. Derfor skal LabVIEW kende rotordiameteren. Antallet af vinger benyttes til at udregne den korrekte værdi for rotorfrekvensen, da der skal divideres med antallet af vinger for at få selve rotorens frekvens. Max-effekten bruges, når krøjemekanismen sluttet til, idet vi har programmeret denne til at krøje vingen ud af vinden, når effekten bliver for høj. Derfor indtastes den effekt, som møllen maksimalt skal yde, før krøjemekanismen slås til og krøjer rotoren ud af vinden.



Figur 16: Screenshot fra LabVIEW.

I de første mange målinger, hvor vi ikke ønsker at krøje rotoren ud, sættes max-effekt til en meget høj værdi. Her menes meget højere end de 0,5-1 W som vi normalt måler på de givne møller.

Outputtet fra LabVIEW er dels en effektkurve og dels en C_P -kurve. Desuden giver programmet det bedste potensfit til effektkurven.

Målinger

Karakterisering af motor/generator

Som det første karakteriseres motoren. Der ophænges et lod med en masse på 20 g i en snor. Den anden ende af snoren fastgøres til motoren. Der måles sammenhørende værdier for længden loddet er løftet, tiden løftet tager og den elektriske effekt som påtrykkes motoren. Længden loddet løftes er hele tiden den samme og den elektriske effekt holdes konstant. Der er udført syv målinger og resultaterne ses i tabel 3.

Forsøgsnr.	P_{el} [W]	Δs [m]	Δt [s]
1	0,378	0,88	3,0
2	0,378	0,88	2,8
3	0,378	0,88	2,7
4	0,378	0,88	2,8
5	0,378	0,88	2,6
6	0,378	0,88	2,7
7	0,378	0,88	2,8

Tabel 3: Sammenhørende værdier for elektrisk effekt, strækning og tid.

Da tiden er den eneste variable, regnes effekten af motoren med gennemsnitstiden som er 2,77 s. Effekten kan beregnes som arbejde pr tid.

$$P_{mek} = \frac{m_{lod} \cdot g \cdot \Delta s}{\Delta t}$$

Effekten, som motoren udfører, er i gennemsnit

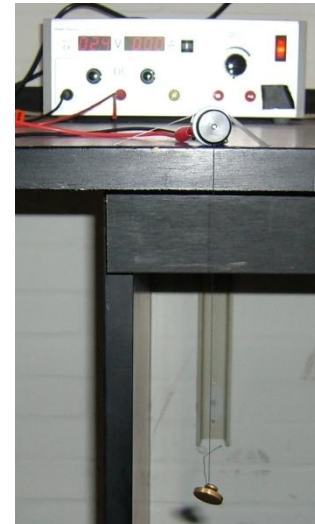
$$P_{mek} = \frac{0,020 \text{ kg} \cdot 9,82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,88 \text{ m}}{2,77 \text{ s}} = 0,062 \text{ W}$$

Den procentdel af den elektriske effekt som motoren udnytter beregnes.

$$\frac{P_{mek}}{P_{el}} \cdot 100 \% = 16,5 \%$$

Nu kan generatoren karakteriseres. Motor og generator sættes sammen som tidligere vist på figur 10.

Den elektriske effekt som motoren påtrykkes og som generatoren genererer måles. Resultaterne ses i tabel 4.



Figur 17: Karakterisering af motor.

Forsøgsnr.	$P_{\text{påtrykt}}$ [W]	$P_{\text{generator}}$ [W]
1	0,342	0,012
2	0,245	0,008
3	0,277	0,009

Tabel 4: Sammenhørende værdier for effekten der påtrykkes motoren og effekten genereret af generatoren.

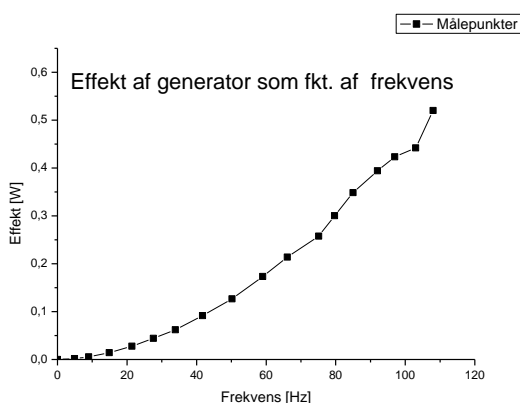
For at bestemme hvor stor en procentdel af effekten generatoren omdanner, skal der tages højde for, at den effekt motoren yder, kun er 16,5 % af den elektriske effekt den påtrykkes. Effekten af motoren ved de tre målinger kan beregnes og dermed kan den procentdel af effekten som generatoren omdanner bestemmes. Resultaterne ses i tabel 5.

Forsøgsnr.	P_{motor} [W]	$\frac{P_{\text{generator}}}{P_{\text{motor}}} \cdot 100 \%$
1	0,056	21,4 %
2	0,040	19,5 %
3	0,046	20,3 %

Tabel 5: Generatorens effektivitet.

Ud fra disse målinger ses det at generatoren omdanner ca. 20 % af den indkomne mekaniske effekt til elektrisk effekt. Fra generator til generator vil dette tal muligvis variere en smule, derfor er der ingen grund til at søge en bestemmelse med højere præcision. Det vides nu at vi i de fremtidige målinger skal multiplicere den målte effekt med fem for at få vindmøllens reelle effekt.

For at undersøge hvor høje omdrejningstal generatoren skal have for at yde en vis effekt, monterer vi en meget pålidelig CPU-blæser i vindtunnelen og måler effekten af generatoren som funktion af frekvensen af blæseren. Blæseren er meget pålidelig idet den kobler ind ved lave vindhastigheder og er stabil ved meget høje vindhastigheder. Resultatet ses på figur 18. Det bemærkes at der ikke er en lineær sammenhæng. Desuden ses at generatoren skal have meget høje omdrejningstal for bare at producere 0,5 W, så vi skal altså ikke forvente høje effektproduktioner af vores vindmøller. Grafen kan bruges som reference til at vurdere om de målte effekter er realistiske.

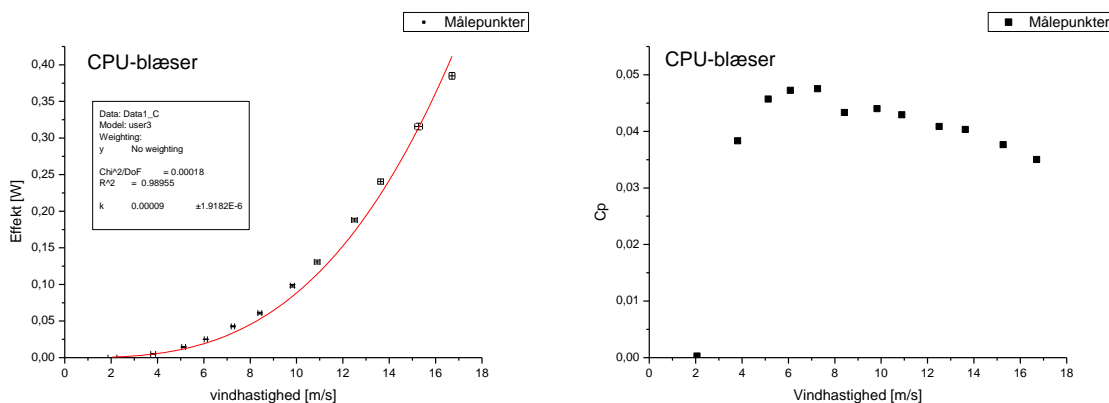


Figur 18: Effekt af generatoren som funktion af frekvensen.

Effektmålinger

Der måles sammenhørende værdier for effekten af de forskellige rotorer og vindhastigheden. I efterbehandlingen af måleresultaterne anvendes den målte effekt af generatoren. Det skal bemærkes at rotoren producerer en fem gange større effekt, grundet generatorens effektivitet.

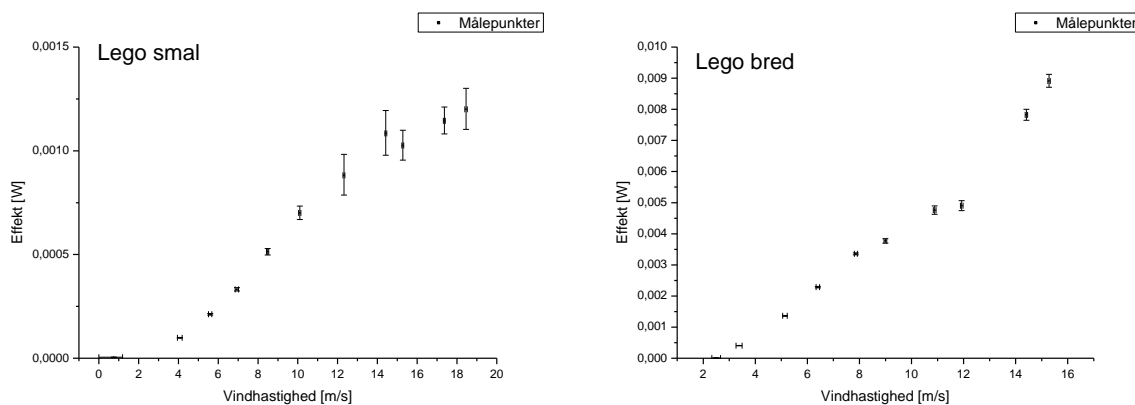
Først måles på en lille CPU-blæser. Effektkurven ses på figur 19. Målepunkterne fittes til $k \cdot v^3$, hvor k er en konstant. Det er altså antaget at luftens densitet er konstant, jf. teoriafsnittet. Der ses en klar tendens til at effekten stiger med vindhastigheden i tredje potens. På figuren er desuden vist en C_p -kurve.



Figur 19: Effektkurve og C_p -kurve for CPU-blæser. Effekten stiger tilnærmelsesvis med vindhastigheden i tredje potens.

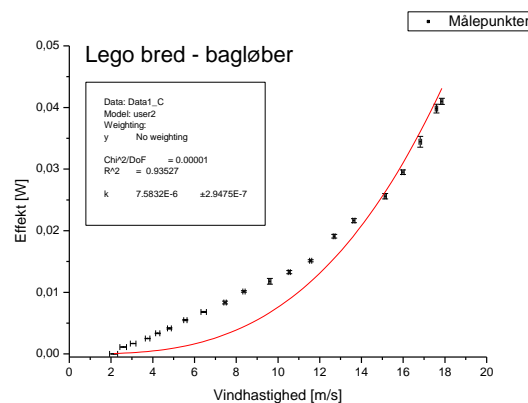
På effektkurven er der indtegnet usikkerhedsbarer. Disse indikerer usikkerheden på målingen af henholdsvis vindhastigheden og effekten. Usikkerheden skyldes at der måles på meget små signaler og LabVIEW derfor har en vis usikkerhed. Man måler et spændingssignal plus/minus en usikkerhed. Omregningen af denne usikkerhed på signalet til en usikkerhed på vindhastighed og effekt er ikke lineær, derfor ser man at plus-usikkerheden ikke er lig minus-usikkerheden. Jo større signal der måles jo mindre er usikkerheden. Usikkerhed fra målesensorerne er negligeret idet der anvendes meget præcise sensorer.

Effektkurver for to LEGO-rotorer, en bred- og en smalvinget, er vist på figur 20. Det ses at effekten af LEGO-rotorerne ikke er proportional med v^3 . En mulig forklaring på dette er at de yder for stor luftmodstand når de roterer. De aerodynamiske egenskaber er alt for dårlige, og de bremser dermed sig selv. For den bredvingede LEGO-rotor bemærkes det at den ved høje vindhastigheder nærmer sig den teoretiske opførsel. Dette kunne skyldes at vingernes angrebsvinkel mindskes pga. vindtrykket og luftmodstanden fra vingerne dermed falder. Desuden leverer den en væsentlig højere effekt end den smalvingede.



Figur 20: Effektkurver for to LEGO-rotorer. Ingen af dem følger teorien om effektens v^3 afhængighed.

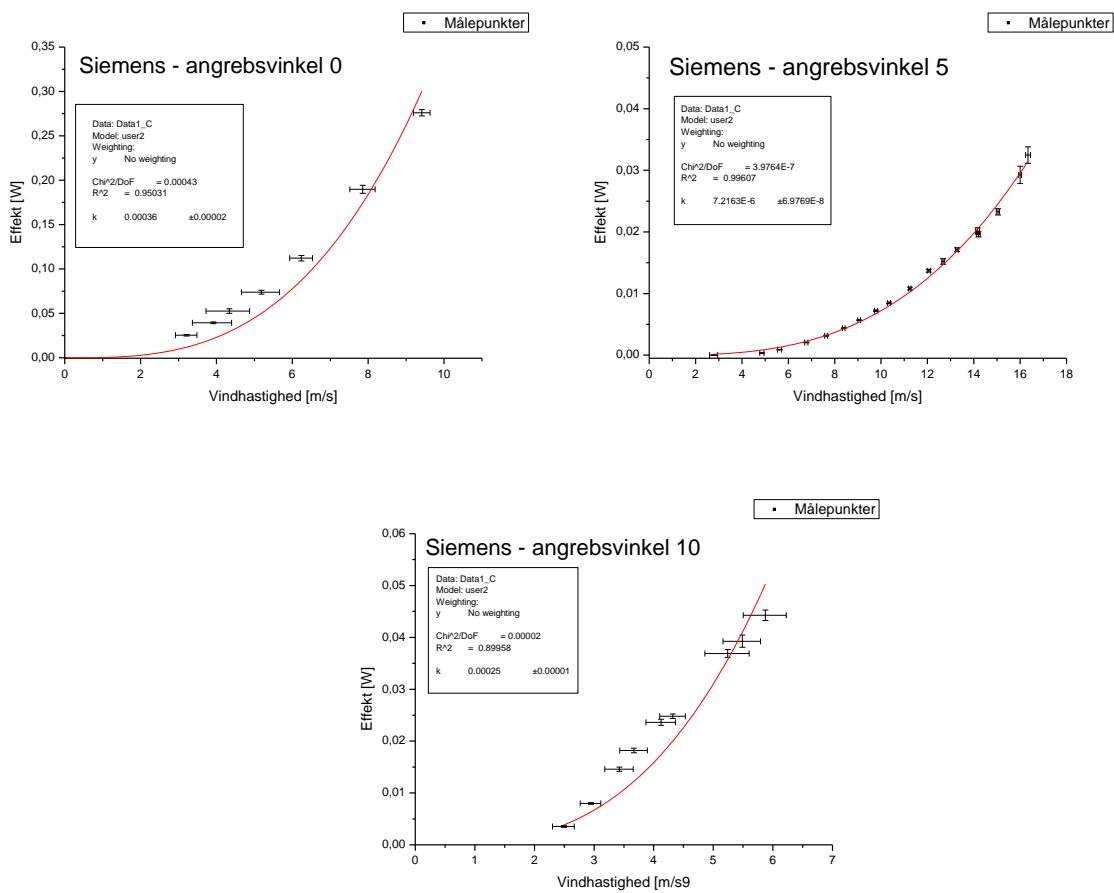
Det ønskes undersøgt hvordan en LEGO-rotor opfører sig som bagløber. Derfor vendes den brede LEGO-rotor om, så vinden nu rammer tårnet først. Effektkurven er vist på figur 21.



Figur 21: Effektkurve for bredvinget LEGO-rotor som bagløber.

Det ses at effekten af LEGO-rotoren nu i langt højere grad er proportional med v^3 . Desuden ses det at effekten er højere når denne kører som bagløber. Der kan være flere årsager til dette, og vi vil senere i rapporten søge at finde en forklaring på fænomenet. Grundet LEGO-vingernes dårlige aerodynamiske egenskaber vil man forvente et fald i effekt hvis vingerne bliver for brede. Man kunne have undersøgt hvor brede de skal være før effekten falder. Dette har vi valgt ikke at gøre, da en sådan undersøgelse ville være meget tidskrævende, idet der skal konstrueres en masse LEGO-rotorer.

Som det sidste måles effektkurver for de tre rotorer fra Simens Wind Power. Effektkurverne er vist på figur 22.



Figur 22: Effektkurver for rotorer fra Siemens Wind Power med angrebsvinkler på henholdsvis 0°, 5° og 10°.

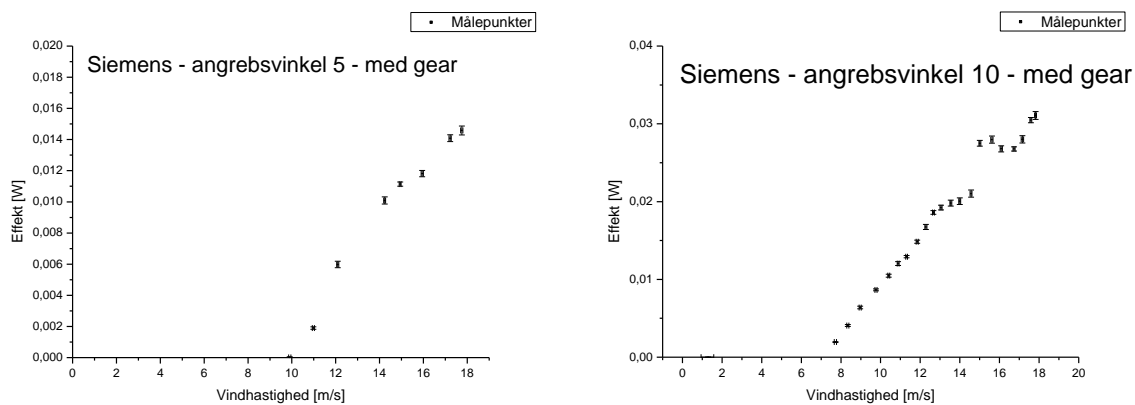
Det ses at disse rotorer ligger meget tæt op af den teoretiske opførsel. Dette skyldes helt klart deres gode aerodynamik. Grunden til at målingerne på rotorerne med angrebsvinklerne 0° og 10° stopper ved relativt lave vindhastigheder, er at rotorerne løb løbsk. Rotorfrekvenserne blev pludselig så store at målingerne måtte afbrydes. Den ene rotor rev sig sågar fri af tårnet. Årsagen til at rotoren med angrebsvinkel 5° ikke løb løbsk må skyldes friktion.

Ved høje vindhastigheder er det en fordel med en lille angrebsvinkel, idet vindmodstanden ved rotation da bliver mindst. Derfor bør rotoren med en angrebsvinkel på 0° levere den højeste effekt ved høje vindhastigheder. På effektkurverne ses det også at denne rotor opnår den højeste effekt, men at effekten er så meget større end for de to andre, skyldes at rotoren nåede en meget høj frekvens inden den blev afbrudt. De to andre rotorer kunne formentlig levere en nogenlunde tilsvarende effekt hvis de fik lov til at accelerere helt op. Den fine måling på rotoren med angrebsvinkel 5° skyldes at rotoren ikke accelererede op, og det derfor blev muligt at fortage en ordentlig effektmåling på denne. Det er til gengæld en fordel at have en stor angrebsvinkel ved små vindhastigheder, og det ses også at rotoren med en angrebsvinkel på 10° kobler ind ved lavere vindhastigheder end de to andre.

Man kan forvente at rotorerne kan producere en større effekt end disse målinger viser, idet de kan accelereres op til meget høje frekvenser. En mulighed for at trække en større effekt ud af rotorerne uden at disse skal nå uforvarselige frekvenser er at indsætte et gear mellem rotor og generator.

Der blev indsat et gear med en udveksling på én til fem, således at generatoren har en omdrejningshastighed der er fem gange større end rotoren. Med gear installeret blev der målt effektkurver for rotorerne med angrebsvinkler på henholdsvis 5° og 10° . Effektkurverne er vist på figur 23.

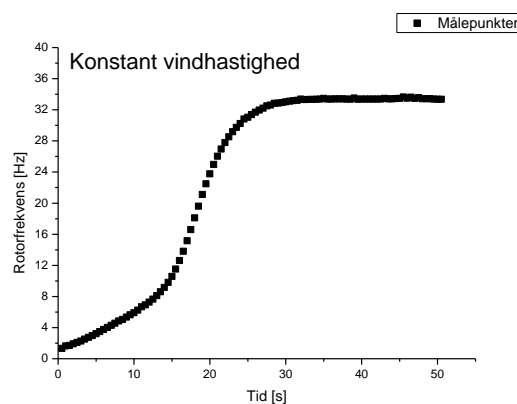
Det ses at det nu lykkedes at måle effekter ved høje vindhastigheder. Til gengæld fik vi en betydeligt lavere effekt end uden gear, samtidig med at effektkurverne ligger meget langt fra teoretiske effektkurver. Dette skyldes mekanisk ustabilitet med LEGO-gearet. Når der kommer et højt vindtryk på LEGO-gearet bliver tandhjulene trykket ind mod andre klodser og der er derfor en øget friktion. Problemet med høje rotorfrekvenser kunne altså ikke umiddelbart løses med et LEGO-gear.



Figur 23: Effektkurver for rotorere fra Siemens med indsat LEGO-gear.

For at undersøge den tidligere observerede tendens, at Siemens-rotorerne accelererede sig selv op uden forøgelse af vindhastigheden, vil vi nu måle rotorfrekvensen som funktion af tiden ved en konstant vindhastighed. Ud fra denne måling kan vi afgøre, om møllen bliver ved med at accelerere eller den blot er lang tid om at stabilisere sig.

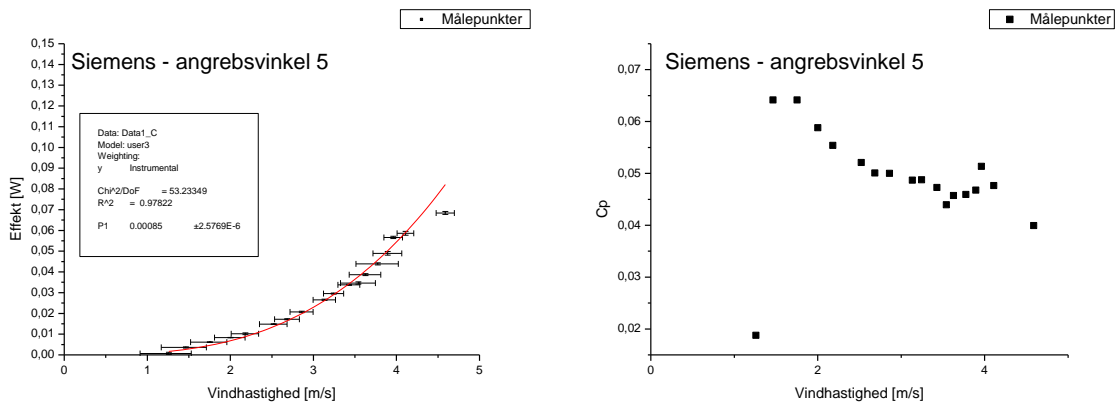
Vi skruer vindhastigheden op på 4 m/s, en ikke særlig høj vindhastighed idet rotoren ellers kan løsrive sig, og måler så rotorfrekvensen som funktion af tiden. Målingen af rotorfrekvensen som funktion af tiden for Siemens-rotoren med angrebsvinkel på 5° på figur 24:



Figur 24: Rotorfrekvens som funktion af tiden.

Vi ser, at rotorfrekvensen stabiliseres efter et stykke tid. Rotoren løber altså ikke løbsk, den er blot lang tid om at accelerere sig selv op til et stabilt niveau. Denne observation betyder, at vi bør lade rotoren stabilisere sig inden vi måler effektkurven. Derfor måler vi nu en effektkurve for den samme Siemens-rotor, hvor vi først lader den stabilisere sig og derefter udfører effektmålingen.

På figur 25 ses effektkurven for Siemens-rotoren med angrebsvinkel på 5° , der har fået lov at stabilisere sig, samt en C_p -kurve.



Figur 25: Effekt- og C_p -kurve for Siemens-rotoren.

Vi ser, at rotoren nu opnår en meget højere effekt ved lav vindhastighed end tidligere. Vi har med andre ord ikke ladet Siemens-rotorerne yde det, de kan, før denne måling. For ikke at opnå for høje rotorfrekvenser går vi ikke op i vindhastigheder højere end ca. 4,6 m/s. C_p -kurven er utrolig jævn og der måles værdier på helt op til 0,065 ved 1,5 m/s. Hvis man tager højde for generatorens effektivitet betyder det at der er en mekanisk C_p -værdi på 0,325. Dette er klart den højeste mekaniske C_p -værdi vi har målt. En Siemens-vindmølle har en mekanisk C_p -værdi på ca. 0,49, så sammenlignet med denne ligger vi utrolig højt.

Tiphastighed

Vi vil nu ud fra den målte rotorfrekvens for den stabilt roterende Siemens-rotor beregne en værdi for vingernes tiphastighed. Vi vil desuden beregne en værdi for tiphastigheden for en 2,3 MW Siemens-mølle, og sammenligne forholdet mellem vind- og tiphastighed i vores måling og forholdet for en virkelig mølle. Forholdet mellem vind- og tiphastighed er interessant, fordi vi med en vindmølle af denne type kan opnå tiphastigheder, der er langt højere end den vindhastighed, der driver rotoren. Rotorer, der bevæger sig i en plan parallelt med vindretningen kan ikke opnå hastigheder, der overstiger vindhastigheden. Men en vindmølle, der bevæger sig i en plan ortogonalt på vindretningen, kan godt opnå langt højere hastigheder, idet vinden bliver ved med at levere energi til møllens rotation.

Vi vil således undersøge, om vi kan opnå et forhold mellem tip- og vindhastighed, der nærmer sig det forhold, de virkelige møller opnår.

Den 2,3 MW-mølle vi regner på har en rotordiameter på 95 meter og roterer ca. 18 gange i minuttet ved en vindhastighed på 15 m/s dvs. lige inden vingerne pitches ud. Ud fra disse data fås en tiphastighed på

$$v_{tip} = (95 \text{ m} \cdot \pi) \cdot \frac{18}{60 \text{ s}} = 89,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Forholdet mellem vind- og tiphastighed er

$$\frac{v_{tip}}{v_{vind}} = \frac{89,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{15 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 5,97$$

Vores Siemens-rotor har en rotordiameter på 19,2 m, og roterer stabilt med 47,5 gange i sekundet ved 4,6 m/s. Ud fra disse data udregnes tiphastigheden:

$$v_{tip} = (19,2 \text{ m} \cdot \pi) \cdot 47,5 \frac{1}{\text{s}} = 28,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Forholdet mellem vind- og tiphastighed er

$$\frac{v_{tip}}{v_{vind}} = \frac{28,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 6,23$$

Vi ser, at vi opnår ca. det samme forhold mellem vind- og tiphastighed som Siemens-møllen. At vores forhold i denne udregning er lidt højere skal nok ses som en overvurdering, idet Siemens-møllen allerede roterer med de 18 omgange pr minut for lavere vindhastigheder end de benyttede 15 m/s. Det bemærkelsesværdige er, at vi opnår et realistisk forhold mellem vind- og tiphastighed.

Målinger vedrørende LEGO-rotors egenskaber

Udgangspunktet for denne måleserie er undersøgelsen af, om LEGO-rotoren er bedst – dvs. yder højst effekt – som forløber eller som bagløber. Ved denne undersøgelse fik vi den umiddelbart overraskende måling, der ses på figur 20 og 21, hvor det ses, at bagløberen producerede mere effekt end forløberen. Forholdet mellem de to grafer vurderes til at være ca. 1:2 dvs. bagløberen ydede ca. dobbelt så meget effekt som forløberen.

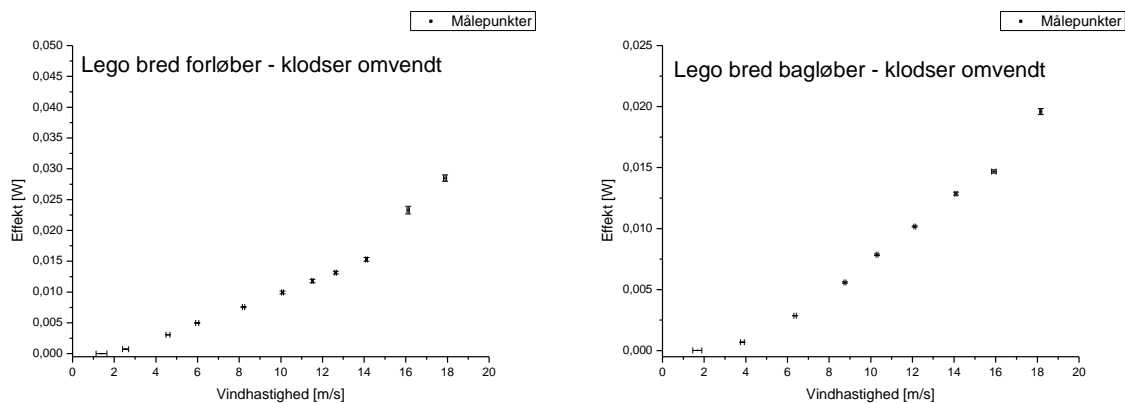
Da resultatet umiddelbart var det omvendte af, hvad vi forventede, måtte vi undersøge, hvilke egenskaber ved LEGO-rotoren, der kunne forklare, at denne rotor var bedst som bagløber.

Den første teori var, at forløberens rotor blev presset ind mod generatoren af vinden, således at der opstod friktion inde i selve generatoren, hvilket ville give et stort tab af effekt, som kunne forklare forløberens lavere effektproduktion. Hvis dette var tilfældet ville den effekt, der i så fald blev afsat til friktion i generatoren, give anledning til en varmeudvikling i generatoren. For at undersøge dette målte vi temperaturudviklingen med en termokobler både for en forløber og en bagløber, der hver blev sat til at

rotore ved en meget høj vindhastighed i 3 minutter. Der var ikke nogen betydelig temperaturstigning ved hverken for- eller bagløberen, derfor kunne teorien om friktion afkræftes.

Den næste teori var, at selve strukturen på LEGO-rotoren var årsagen. Forløberen vender LEGO-klodsernes toppe mod vinden, mens bagløberen vender LEGO-klodsernes huller mod vinden. Idet hullerne tænkes at opfange mere vind, kunne dette forklare bagløberens højere effektivitet. For at undersøge denne teori konstruerede vi en ny LEGO-rotor, hvor LEGO-klodserne blot blev vendt om, så forløberen nu havde hullerne mod vinden, mens bagløberen havde toppene mod vinden.

På figur 26 ses graferne for hhv. forløberen og bagløberen med "omvendt" LEGO-struktur:



Figur 26: Effektkurver for LEGO-rotor med omvendte klodser som for- og bagløber.

Vi ser, at forløberen nu producerer mest effekt. Retningen af hullerne i LEGO-klodserne kan altså delvist forklare, om bagløberen eller forløberen er mest effektiv. Dog ses det, at forløberen ikke er en faktor to bedre end bagløberen, forholdet er nærmere 3:2. Hullerne kan således ikke forklare hele forskellen.

Da hullerne mod vinden ikke giver det samme forhold mellem for- og bagløber, som i den omvendte situation, hvor bagløberen var mest effektiv, skulle vi lede efter endnu en parameter, der kunne forklare bagløberens effektivitet i det oprindelige forsøg.

Denne parameter kunne være, at rotorens vinger i vores målinger peger bagud for forløberen. Vingerne ligger altså ikke i en plan, modsat vingerne på virkelige vindmøller. Når rotoren vendes og dermed bliver en bagløber peger rotorens vinger i den modsatte retning, altså "fremad" for at benytte samme terminologi. Dette kunne gøre bagløberen mere effektiv. For at undersøge dette, konstruerede vi en ny LEGO-rotor, hvor vingerne pegede modsat. Ved så at udføre målinger på både for- og bagløber for de to typer rotorers dvs. med de to omvendte vingeretninger, kunne vi afgøre vingeretningens indflydelse på effekten. Det viste sig dog, at rotoren med omvendt vingeretning producerede mindre effekt end den oprindelige vingeretning, dvs. det forklarer ikke bagløberens bedre effektivitet – tværtimod.

Vi kan herved konkludere at der er nogle avancerede aerodynamiske faktorer, som vi ikke er i stand til at forklare, der er afgørende for LEGO-rotorens effektivitet.

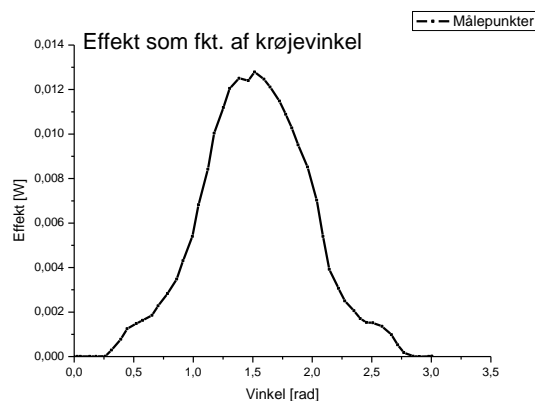
Krøjning

I dette afsnit beskrives målinger, hvor effekten som funktion af krøjningsvinklen undersøges.

Først måler vi på en LEGO-rotor. Generelt for krøjningsmålingerne bliver målingen startet i en situation, hvor rotoren er krøjet helt ud af vinden. Krøjningsvinklen i denne situation defineres til 0° . Herefter blev målingen udført for vinkler mellem 0° og 180° . Inden målingen påbegyndes fastsætter vi en passende vindhastighed, idet rotoren gerne skulle koble ind ved relativt små vinkler, men samtidig ikke løbe løbsk i midterpositionen ved 90° . Midterpositionen refererer altså i dette afsnit til positionen, hvor rotorens plan vender direkte op imod vinden. Teoretisk set burde effekten være størst i midterpositionen, og dermed falde mod de to yderpositioner – 0° og 180° hhv. – hvor rotoren burde gå i stå og dermed ikke producere nogen effekt.

Når den passende vindhastighed er fastsat bliver LabVIEW-programmet startet. Herefter begynder krøjningen, helst så langsomt som muligt. Grunden til, at krøjningen helst skal foregå langsomt, er at LabVIEW-programmet kun afsætter et målepunkt én gang i sekundet. Hermed får vi flere målepunkter desto langsommere bordet bliver krøjet. Den nedre grænse for hastigheden, hvormed der krøjes, afhænger af at bordet ikke må gå i stå, idet vi ønsker at måle kontinuert gennem de 180° .

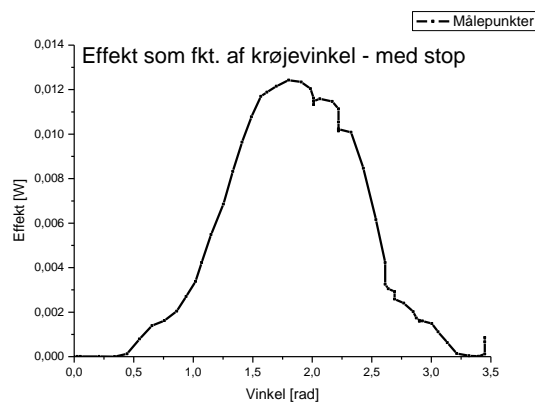
På figur 27 ses effekten som funktion af krøjevinklen for LEGO-rotoren.



Figur 27: Effekt som funktion af krøjevinkel.

Vi ser, at toppunktet for effekten som forventet ligger meget tæt på midterpositionen, der på grafen er ved ca. 1,57 svarende til $\frac{\pi}{2}$.

For målingen, der er afbildet på figur 27, blev der krøjet kontinuert gennem de 180° dvs. der blev ikke foretaget stop under krøjningen. Grundet rotorens inert, burde vi stoppe ved hver vinkel og lade rotoren "falde til ro", så det er den rigtige effekt der måles, og ikke en for høj effekt grundet inert. Dette undersøgte vi, idet vi foretog en måling analog til den første, blot med ophold ved nogle vinkler undervejs. På figur 28 ses afbildningen af denne måling.

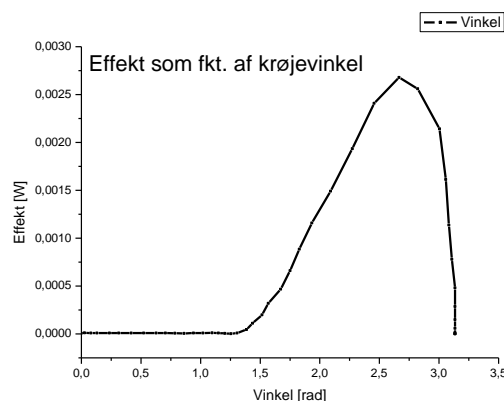


Figur 28: Effekt som funktion af krøjevinkel - med stop.

På grafen ses tydeligt, hvor krøjningen blev stoppet. Ved de pågældende vinkler ses effekten at falde. Dvs. hvis effekten måles før rotoren når at falde til ro, måles faktisk for høj en effekt.

Som grafen på figur 28 antyder, kunne målingen optimeres ved at krøje rotoren til den ønskede vinkel, vente til rotoren falder til ro og derefter måle effekten ved den givne vinkel. Dog var dette ikke muligt for os, idet LabVIEW-programmet dels afsætter målepunkter hvert sekund – dvs. vi får en graf med en effekt, der ændrer sig ved en bestemt vinkel som på figur 28 – og dels fordi der var en risiko for, at den LEGO-klods, der afbryder laserstrålen i krøjegearets frekvensmåler, netop blokerer laseren, når krøjningen stoppes. Når dette sker måler fotodioden 50 Hz fra baggrundslýset i rummet og hermed bliver målingen af krøjevinklen ødelagt. Kort sagt, vi blev nødt til at måle kontinuert, hvilket også for LEGO-rotoren gav et fint resultat i overensstemmelse med det forventede forhold mellem effekt og krøjevinkel.

Effekten som funktion af krøjevinklen måles også for en Siemens-rotor med angrebsvinkel på 10° .



Figur 29: Effekt som funktion af krøjevinkel.

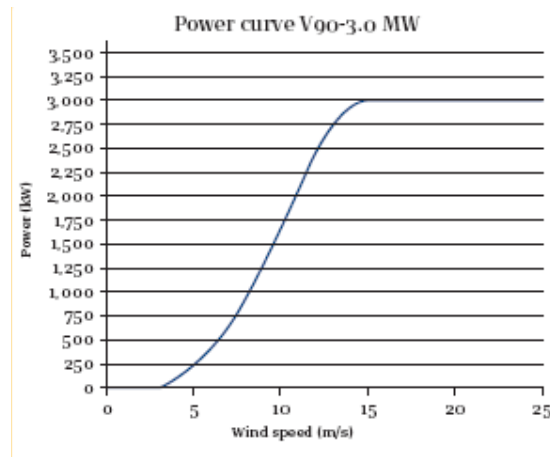
Vi ser, at rotoren først kobler ind, og dermed begynder at producere effekt, i nærheden af midterpositionen, hvor effekten teoretisk set burde være maksimal. Efter midterpositionen, hvor rotoren krøjes ud af vinden, burde effekten falde. Men vi ser, at for Siemens-rotoren stiger effekten, mens der krøjes ud. Dette skyldes at der krøjes så hurtigt at rotoren ikke når at accelerere op til et stabilt niveau, jf.

den tidligere undersøgelse af Siemens-rotorernes aerodynamiske egenskaber, se figur 24. Først ved en vinkel på ca. 2,75 radianer topper effektkurven og falder herefter. Grunden til at effekten er lang tid om at aftage, skyldes rotorens inert. Denne er mere fremtrædende for Siemens-rotorerne idet de vejer mere end LEGO-rotorerne.

Simulering

Vi ønsker at lave en effektkurve for vores vindmølle, der ligesom de moderne vindmøller opnår en konstant effekt vha. effekterregulering. De moderne møller effekterregulerer ved at pitche selve vingerne, men da et sådant pitchsystem ikke kunne lade sig gøre at implementere, har vi effekterreguleret vha. krøjning. Vi vil således krøje rotorplanen *ud* af vinden når effekten bliver for høj. Hermed er vores krøjningssystem omvendt i forhold til moderne vindmøller, der bruger krøjningmekanismen til at krøje rotorplanen *ind* i vinden.

På figur 30 ses en effektkurve for en moderne Vestas-mølle, der netop er blevet effekterreguleret vha. pitch.



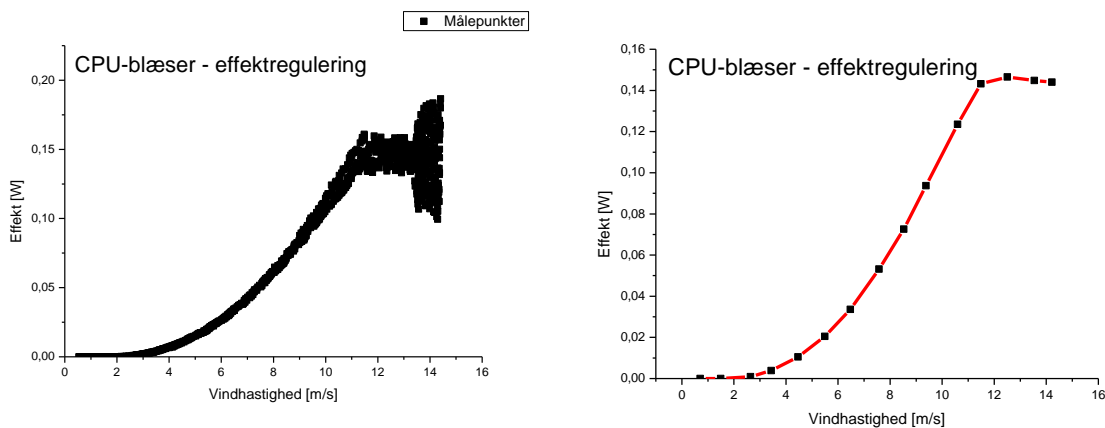
Figur 30: Effektkurve for en Vestas 3.0 MW mølle¹⁴.

Vi ser netop, at der opnås konstant effekt, idet effekten reguleres.

I vores forsøg styrede vi vindhastigheden manuelt og varierede vindhastigheden mellem 2 og 16 m/s. Vi prøvede først at anvende den mekaniske styring af vindhastigheden, men den viste sig at være for ustabil. I LabVIEW indtastede vi en bestemt værdi for max-effekten, i vores tilfælde 0,15 W, og således skulle krøjningmekanismen gerne automatisk krøje rotoren ud af vinden, når den detekterede effekt oversteg 0,15 W. Omvendt skulle rotorplanen gerne krøjning ind i vinden igen, når effekten blev lavere end 0,15 W. LabVIEW var indstillet til at krøje ud, når effekten var 5 % højere end max-effekt og omvendt krøje ind igen når effekten var 10 % lavere end max-effekt. Hvis ikke effekten kunne variere inden for dette spektrum inden krøjning blev aktiveret, ville mekanismen konstant stå og krøje frem og tilbage. Til forsøget anvendes den pålidelige CPU-blæser.

¹⁴ <http://www.vestas.com/en/wind-power-solutions/wind-turbines/3.0-mw>

Til venstre på figur 31 ses den målte effekt for vindhastigheder gennemløbet flere gange mellem 2 og 16 m/s. Vi ser en stor spredning af punkterne ved effekter hhv. over og under 0,15 W. Dette skyldes at rotoren automatisk bliver krøjet ind og ud af vinden, så effekten står og svinger mellem værdier lidt over og lidt under den fastsatte max-effekt på 0,15 W. Dog burde gennemsnittet af punkterne i dette område give en nogenlunde konstant effekt omkring 0,15 W. Til højre vises den effektkurve der fremkommer ved binning af målepunkterne. Ved en binning tages gennemsnittet af alle vindhastigheder mellem 0 og 1 m/s, samt gennemsnittet af de tilhørende effekter, og disse to gennemsnitsværdier plottes som ét punkt. Tilsvarende for punkter mellem 1 og 2 m/s, og resten af målingerne. Vi får således i vores tilfælde 15 punkter i stedet for flere tusinde. Disse 15 punkter giver en effektkurve, der netop viser den opnåede konstante effekt. Vindmølleproducenternes effektkurver fremstilles efter samme princip.



Figur 31: Effektmåling og effektkurve fremstillet ved binning.

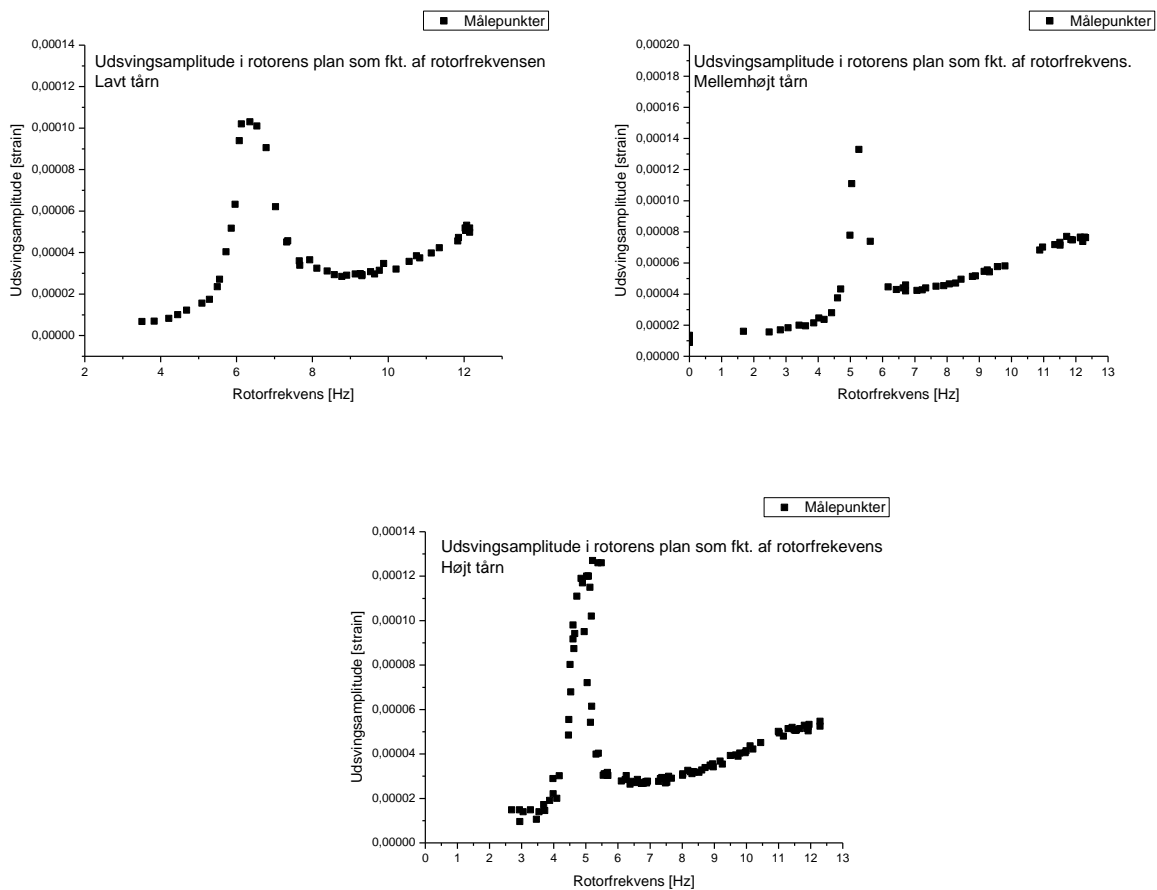
Ved sammenligning mellem denne effektkurve og effektkurven for en rigtig Vestas-vindmølle på figur 30, ses ligheden i kurvens struktur. Vi kan altså godt opnå den ønskede effektregulering ved krøjning. Den lille top vi har på effektkurven inden området med konstant effekt, ses ikke på pitchregulerede møller, men på stallregulerede møller kan en lignende top genfindes.

Kraftpåvirkning på tårn

Vi ønskede at måle kraftpåvirkningen på tårnet når rotoren krøjes ud af vinden. Når man krøjer den roterende rotor vil denne forsøge at lægge sig i vandret stilling, grundet gyroeffekten. Dette vil medføre en kraft på hovedakslen og dermed på tårnet. Retningen af kraften er bestemt af rotorens omløbsretning. På rigtige vindmøller mindsker man denne kraft ved at krøje meget langsomt.

Det viste sig imidlertid at det ikke var så let at måle en kraftpåvirkning på tårnet ved krøjning af rotoren. Ved lave rotorfrekvenser var det slet ikke muligt at detektere en kraftpåvirkning. Derfor øgedes rotorfrekvensen, men da det kun var muligt at krøje med en relativ høj hastighed, medførte dette at rotoren rev sig fri af tårnet, idet kraften da blev for stor. Efter flere forgæves forsøg måtte vi opgive denne måling.

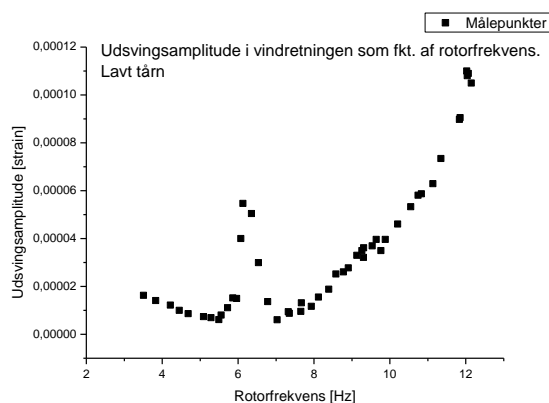
I stedet undersøgte vi om det var muligt at måle resonansamplituderne når tårnet blev anslået til resonans af 1P- eller 3P-påvirkninger. Først kan man måle tårnets egenfrekvens, ved at sætte dette i svingning og så måle frekvensen af disse svingninger. Men da vi regnede med at udsvingsamplituderne ville være ret store når rotorfrekvensen faldt sammen med tårnets egenfrekvens, grundet stor uligevægt på den anvendte LEGO-rotor, kunne målingen godt udføres uden at kende tårnets egenfrekvens. Vi målte tårnets udsvingsamplitude i rotorplanen som funktion af rotorfrekvensen. Vi gjorde det for tårne af varierende højde og dermed varierende egenfrekvens. Resultaterne ses på figur 32.



Figur 32: Udsvingsamplitude i rotorplan som funktion af rotorfrekvens.

Det ses tydeligt at tårnet anslås til resonans. Udsvingsamplituden peaker ved en bestemt frekvens, hvilket er når rotorfrekvensen rammer tårnets egenfrekvens - 1P-påvirkningen. Det lave tårn har en højere egenfrekvens end det høje tårn, hvilket er årsagen til at rotoren skal have en højere frekvens for at anslå til resonans i det lave tårn. I vores lille forsøgsopstilling er det ikke muligt at knække tårnet, men måleresultaterne viser tydeligt hvorfor en rigtig vindmølle kan ødelægges når der anslås til resonans i tårnet.

Ud fra det netop udførte forsøg kendes egenfrekvensen af tårnet, og vi kannu prøve om vi kan se 3P-ustabiliteten, ved at lade rotorfrekvensen passere en tredjedel af tårnets egenfrekvens, og samtidig måle udsvingsamplituden af tårnet i vindretningen. Vi målte på det lave tårn idet det har den højeste egenfrekvens. Resultatet ses på figur 33.



Figur 33: Udsvingsamplitude i vindretning som funktion af rotorfrekvens.

Der ses tydeligt en top, hvilket er ved den samme frekvens, som udsvingsamplituden i rotorplanen toppede. At toppen genfindes som udsving i vindretningen skyldes, at det kraftige udsving i rotorplanen, når rotorfrekvensen er sammenfaldende med egenfrekvensen, også medfører et udsving i vindretningen. Det er altså 1P-påvirkningen der forårsager den top der ses. Desuden er de fire strain-gauges ikke placeret præcis med 90° mellem hver, hvilket er medvirkende til en måleusikkerhed. Der ses ingen top ved en tredjedel af egenfrekvensen, hvilket skyldes at 3P-påvirkningen er for lille til at den kan detekteres. Udsvingsamplituden stiger når rotorfrekvensen stiger, idet vindtrykket på tårnet da stiger. For at øge 3P-påvirkningen øgede vi tykkelsen af tårnet, og målte derefter igen tårnets udsvingsamplitude i vindretningen. Men der var stadig intet tegn på resonans ved en rotorfrekvens på en tredjedel af tårnets egenfrekvens.

Slipstrøm

Når vinden rammer rotoren, bliver rotoren påvirket af et kraftmoment fra vinden. Ifølge Newtons 3. lov vil rotoren da som kompensation påvirke vinden med et lige så stort og modsatrettet kraftmoment. Dette kommer til udtryk i en rotation af vinden bag rotoren med modsat rotationsretning i forhold til rotoren. Denne slipstrøm er turbulent og bevæger sig langsommere end vinden, der rammer rotoren, idet der er gået energi til vindmøllerrotorens bevægelse.

Man kan ved at tilføre røg observere denne karakteristiske slipstrøm. Dette forsøg har vi prøvet at udføre. Vi dannede røgen ved at hælde kogende vand ned i et bæger med flydende kvælstof. Dette skabte en kraftig hvid røg der så blev drevet gennem vindtunnellen, og pga. rotorens bevægelse kunne man bag rotoren skimte den turbulente slipstrøm i røgen.

På figur 34 ses et billede af slipstrømmen fra vores rotor i vindtunnellen.



Figur 34: Billede af slipstrøm fra rotor.

Vurdering af usikkerhed grundet temperatur

Vi vil vurdere, hvor stor indflydelse temperaturen har på usikkerheden af vores målinger. Da vi har målt på forskellige tider af døgnet og forskellige årstider, ændrer temperaturen sig fra måling til måling.

Vindhastigheden afhænger af densiteten og dermed også af rumtemperaturen, så en temperaturændring vil give en vis fejl på vores måling af vindhastigheden. Denne fejl opstod, idet vi for alle målinger antog en densitet på $1,225 \text{ kg/m}^3$, som kun gælder ved 15° C (288 K) og et tryk på 1 atm .

Vi har således målt temperaturen løbende over en hel arbejdsdag. Temperaturen steg i løbet af dagen fra 21° C til 23° C . Dvs. den maksimale temperaturafvigelse i forhold til de antagne 288 K findes ved 296 K .

Jf. Bernoullis ligning er vindhastigheden proportional med $\frac{1}{\sqrt{\rho}}$, og da densiteten ρ ydermere er proportional med temperaturen, kan vi udregne den procentvise fejl på vores vindhastighedsmåling således:

$$\frac{v_{\text{anvendt}} - v_{\text{max afvigelse}}}{v_{\text{anvendt}}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{T_{\text{anvendt}}}} - \frac{1}{\sqrt{T_{\text{maxafvigelse}}}}}{\frac{1}{\sqrt{T_{\text{anvendt}}}}}$$

↓

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{288 \text{ K}}} - \frac{1}{\sqrt{296 \text{ K}}}}{\frac{1}{\sqrt{288 \text{ K}}}} \cdot 100 \% = 1,36 \%$$

Da effekten afhænger af vindhastigheden i tredje potens, giver dette følgende maksimale procentvise fejl på vores effektmåling:

$$\frac{P_{anvendt} - P_{maxafvigelse}}{P_{anvendt}} = \frac{v_{anvendt}^3 - v_{maxafvigelse}^3}{v_{anvendt}^3}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{288 K}}\right)^3 - \left(\frac{1}{\sqrt{296 K}}\right)^3}{\left(\frac{1}{\sqrt{288 K}}\right)^3} = 4,03 \%$$

Normalt er en usikkerhed 4 % meget betydelig, men det skal understreges at dette er den maksimale procentvise afvigelse, idet vi benytter den maksimale temperaturafvigelse. Da vi har med så små effekter at gøre er en afvigelse på 4 % ubetydelig. Pointen med denne udregning er således, at vi ikke behøver at måle og korrigere for temperaturen løbende under målingerne, da afvigelsen ikke ændrer på det kvalitative resultat og kun negligibelt på det kvantitative resultat.

Virksomhedsbesøg hos Siemens Wind Power

Som en del af vores projekt besøgte vi Siemens Wind Power i Brande. En virksomhed, der for vores projekt var interessant, idet den beskæftiger sig med såvel produktion af vindmøller, samt optimering og måling inden for de forskellige ingeniørfaglige dele af vindmølleteknologien. Desuden har virksomheden stillet tre rotorere til rådighed. Udover den information vi fik fra dem, diskuterede vi de målinger vi havde lavet på deres rotorere.

De to vindmølletyper, Siemens Wind Power sælger flest af, er en 2,3 MW- og en 3,6 MW-mølle. 3,6 MW-møllen er i øjeblikket den største serieproducerede mølletype på markedet. Der har været forsøg på at producere 5 MW-møller, men de er trukket tilbage fra markedet. En af de pointer, Siemens-ingeniørerne gjorde meget ud af var, at grænsen for, hvor store vindmøller man kan lave, muligvis er nået. Det er dog ikke udelukkende produktionen, der begrænser størrelsen af vindmøller, men også transporten.

Støbningen af vingerne i glasfiber er tæt på den øvre grænse for, hvor lange vingerne kan laves. Hvis længere vinger som en direkte konsekvens af større møller skal produceres, bliver man på et tidspunkt nødt til at gå over til andre materialer som fx kulfiber i stedet for glasfiber. Dette vil dels være en dyrere løsning og dels kræve omlægning i produktionen.

Mht. vingeproduktionen har Siemens den specielle fremgangsmåde, at de støber vingerne i et stykke. Mange andre producenter støber typisk en vinge i flere dele og sætter den så sammen med lim. Dette kan dog være en ulempe, fx når møllen bliver ramt af lyn – som den ofte gør. Den varmeudvikling, der opstår, når et lyn rammer vindmøllen, vil få en eventuel limning til at give sig med risiko for en skade på vindmøllen. Ved at støbe vingen i ét, undgår man denne risiko.

På Siemens fik vi desuden lidt indblik i, hvilke perspektiver og potentielle videreudviklinger og forbedringer der er, inden for vindmølleindustrien. Da generne ved placeringen af store vindmøller i nærheden af bebyggelse giver visse begrænsninger på opsætningen af flere vindmøller i fremtiden, er havvindmølleparker et godt bud på en løsning. En anden mulig løsning på problemet med støjgenerne er

selvfølgelig at forske i selve aeroakustikken, altså støj udviklingen fra vindmøllerne. Mht. havvindmølleparkerne er havdybden en begrænsende faktor, idet der er en grænse for hvor dybt man kan montere tårnet til en havvindmølle, da det kræver meget høje tårnkonstruktioner. Et mere langsigtet perspektiv er udviklingen af et flydende fundament, der i så fald ville kunne placeres på vilkårlige havdybder og dermed øges det brugbare havareal.

Konklusion

Efter at have arbejdet med fagprojektet "Vindmøller i Vindtunnel" har vi nået de mål vi satte os. Som det første blev de fundamentale dele af vindmøllen beskrevet. Herefter blev der set på tårnkonstruktionen. Når et vindmølle-tårn konstrueres skal man være opmærksom på de påvirkninger tårnet udsættes for. Disse påvirkninger skyldes primært uligevægt af vingerne og vindtrykket foran tårnet. Frekvensen af påvirkningerne må ikke være sammenfaldende med tårnets egenfrekvens, idet dette da anslås til resonans, hvilket kan have fatale konsekvenser for møllen. Dernæst blev der set på vindmøllens aerodynamik. Der blev set på luftstrømmen omkring en vinge, og ud fra Bernoullis ligning blev det beskrevet hvorfor en vindmøllevinge kan rotere når det blæser. Desuden blev der gennemgået hvilke faktorer der spiller ind når man konstruerer en vindmøllevinge. Det er ikke nødvendigvis den aerodynamisk bedste vinge der sættes på vindmøllen, man må også tage højde for produktionsomkostninger osv.

Der er en naturlig øvre grænse for hvor stor en del af vindens effekt som rotoren kan omdanne til mekanisk effekt. Denne grænse, Betz-grænsen, er blevet udledt ud fra bevarelseslovene fra den klassiske mekanik. Man når frem til, at den mekaniske effekt af møllen maksimalt kan være 59 % af vindens effekt. Desuden ser man at effekten er proportional med vindhastigheden i tredje potens. Inden for vindmølleteknologien ser man på C_p -værdier, som udtrykker forholdet mellem møllens effekt og effekten af vinden. Der blev lavet og sammenlignet C_p -kurver for tre Vestas-møller og tre Enercon-møller. Disse viste sig alle at have en utrolig høj C_p -værdi.

Der sælges i dag mange små hobbyvindmøller. Det blev undersøgt hvor lang tid en konkret model er om at tjene sig selv ind. Til disse beregninger anvendte vi IEC-standardens som også anvendes af vindmølleindustrien. Det viste sig at der gik over tre år før møllen blev en god forretning.

En forsøgsopstilling der kunne måle de parametre vi ønskede blev designet og opbygget. Forsøgsopstillingen blev i stand til at måle vindhastigheden, effekten af vindmøllen, rotorfrekvensen samt kraftpåvirkningen på tårnet. Desuden blev der konstrueret et krøjesystem der kunne krøje møllen ud af vinden. Denne kunne bruges som sikkerhedsforanstaltning og til effektregulering. Med denne forsøgsopstilling kunne vi lave alle de ønskede målinger.

Først blev generatoren karakteriseret. Det viste sig at den omdannede ca. 20 % af den mekaniske effekt til elektrisk effekt. Der blev herefter målt effektkurver for en række forskellige rotorere. En LEGO-rotor blev anvendt både som for- og bagløber. Den viste sig lidt overraskende at være bedst som bagløber, hvilket der senere, ud fra LEGO-strukturen, blev givet en delvis forklaring på. De tre rotorere fra Siemens viste sig også at opføre sig lidt anderledes end forventet. Det viste sig at de grundet deres gode aerodynamik var lang tid om at stabilisere sig. Da vi blev klar over dette fænomen blev det muligt at lave en effektkurve der stemte

fint overnes med teorien. Vi opnåede effekter på ca. 0,06 W ved en vindhastighed på kun 4,5 m/s. Desuden blev forholdet mellem tipshastigheden og vindhastigheden beregnet til ca. 6. Dette stemmer fint overens med det forhold man ser på rigtige vindmøller. I andre målinger nåede vi op på væsentlig højere effekter, men dette skete også ved meget højere vindhastigheder.

Ved hjælp af krøjesystemet blev effektens afhængighed af krøjevinklen undersøgt. Det viste sig at vinklen mellem rotorplan og vind har stor betydning for effekten. Dette betød som forventet at krøjesystemet kunne bruges til effektregulering. Vi lavede således en simulering hvor vindhastigheden varieredes og krøjesystemet krøjede rotoren ud af vinden hvis effektproduktionen blev for høj. Blev effektproduktionen for lav blev rotoren krøjet ind i vinden igen. På denne måde kunne der laves en effektkurve som lignede effektkurven for en rigtig effektreguleret vindmølle.

Som det sidste ønskede vi at anslå vores tårn til resonans ved at udsætte det for henholdsvis 1P- og 3P-påvirkningen. Tårnets udsvingsamplitude i rotorplanen blev målt som funktion af rotorfrekvensen og der kunne tydeligt ses at tårnet blev anslået til resonans af 1P-påvirkningen. Det lykkedes ikke at anslå tårnet til resonans ved 3P-påvirkningen, da denne var for svag.

Under projektet var vi på besøg hos Siemens Wind Power. Under besøget fik vi set hvordan vindmøller fremstilles i dag. Desuden blev der diskuteret den relevante teori for vindmøller, og de gav et indblik i de fremtidige perspektiver inden for vindmølleteknologien.

Alt i alt har projektet været meget vellykket.

Litteraturliste:

Bøger:

- Kira Grogg, *Harvesting the Wind: The Physics of Wind Turbines*; Physics and Astronomy Department, Carleton College 2005
- Elvekjær og Nielsen, *Vindenergi og Vindmøller*; F og K Forlaget 1980, 1. Udgave
- J. F. Manwell, J. G. McGowan, A. L. Rogers: *Wind Energy Explained, Theory, Design And Application*; John Wiley & Sons Ltd. 2002, 1. Udgave.

Hjemmesider og div. pdf-dokumenter:

- Vindmølleindustrien:
<http://www.windpower.org/>
- Wikipedia – Wind Turbine Design:
http://en.wikipedia.org/wiki/Wind_turbine_design
- Wikipedia – Betz' lov:
http://en.wikipedia.org/wiki/Betz%27_law
- Energistyrelsen, *Energistatistik 2006*:
http://www.folkecenter.net/mediafiles/folkecenter/pdf/Energistatistik_2006.pdf
- IEC-standarden for effektkurvemåling, IEC-61400-12.
Kan findes i Vindtunnelforsøg-gruppen på CampusNet, under "Fildeling"