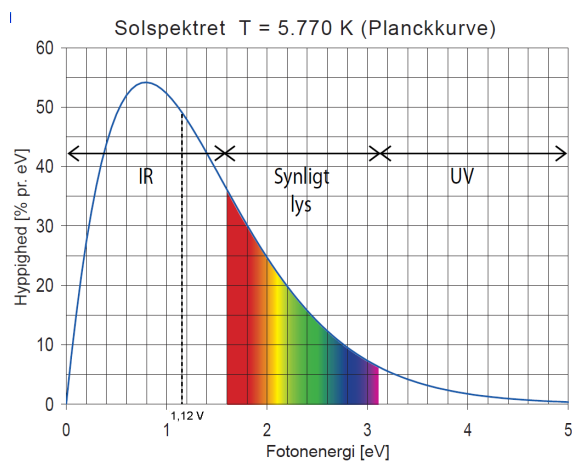
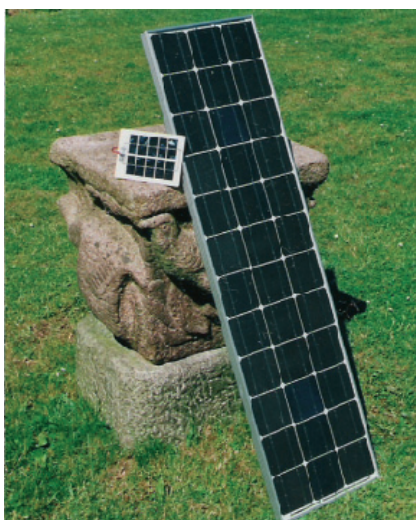


Solceller og Spektre



Øvelsesvejledning til brug i Nanoteket
Udarbejdet i Nanoteket, Institut for Fysik, DTU
Rettelser sendes til Ole.Trinhammer@fysik.dtu.dk

Januar 2021

Indhold

Formål	2
Indledning	2
1 Lysets energi undersøgt med lysdioder (LED)	2
1.1 Udstyr	3
1.2 Udførelse	4
2 Fyldfaktor og effektivitet af solcelle	4
2.1 Udstyr	4
2.2 Udførelse.	5
2.3 Databehandling.	6
2.4 Solcellens effektivitet	6
3 A-niveau-udvidelse: Målinger med spektrofotometer	7
3.1 Udstyr	7
3.2 Udførelse	7
4 Teori	8
4.1 Lysets farvetemperatur	8
4.2 Omregning til solspektret	9
<i>Eksempel: Omregning til solspektret</i>	14
5 Uddybende teori (Til lærere)	15

Formål

Formålet med øvelsen er at undersøge effektiviteten af forskellige solceller og udvide kendskabet til energien i lysets spektrum.

Indledning

Effektiviteten afhænger af solcellens opbygning og af spektret af det lys, som den får sin energi fra.

B-niveau: Først undersøges sammenhængen mellem energi og frekvens ved at måle driftsspænding for lysdioder (LED) af forskellig farve. Driftsspændingen er den spænding, der kræves for at dioden trækker sin nominelle strømstyrke, dvs. den strømstyrke, den er designet til at lyse ved. Dernæst bestemmes fyldfaktoren for forskellige solceller. Til sidst bestemmes solcellernes effektivitet.

A-niveau-udvidelse: Efter måling af effektiviteten ved belysning med en halogenlampe bestemmes lampens spektrum, så målingen kan oversættes til belysning med sollys.

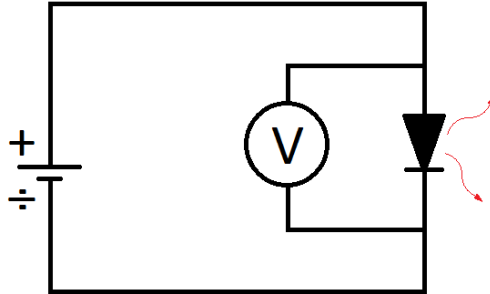
Se evt. lidt om solceller på YouTube. Vi har fundet to rigtig gode videoer frem, der er sikkert mange flere.

- Kort intro (ca. 5 min): Solar energy / Solar photovoltaics / Photovoltaic effect (3D animation)
<http://www.youtube.com/watch?v=1gta2ICarDw&feature=fvwrel>
- Grundigere gennemgang (ca. 20 min): The Power of the Sun - The Science of the Silicon Solar Cell
<http://www.youtube.com/watch?v=u0hckM8TKY0>

Du kan også samle din egen solcelle på <http://evigenergi.fys.dk/> under supplerende materiale og vælge ”animation: Solcelle”.

1 Lysets energi undersøgt med lysdioder (LED)

Lysdioder kaldes light emitting diodes på engelsk. Deraf forkortelsen LED. En lysdiode er en ensretter af strømmen i kredsløbet. Den kan udsende lys, når man lægger en tilstrækkelig stor spænding over den. Jo større frekvens dioden er designet til at lyse med, des større spænding kræves. Det skyldes,



Figur 1: Dioders driftsspænding

at lyset dannes enkeltvis som fotoner ud fra den energi, som spændingen kan give ved at adskille ladninger, der igen finder sammen i dioden. Lyset udsendes, når ladningerne finder sammen igen (rekombinerer). Helt præcis er sammenhængen mellem frekvens f og fotonenergi E_γ givet ved

$$E_\gamma = hf \quad (1)$$

hvor $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J/Hz er Plancks konstant. I vores sammenhæng er det mere praktisk at benytte energienheden elektronvolt. Det er nemlig den energi, som skal bruges for at løfte en elektron gennem et elektrisk spændingsfald på en volt. Så enheden elektronvolt passer til de elektriske målinger, vi skal udføre. Sammenhængen mellem elektronvolt og joule er $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19}$ J. Med denne enhed kan Plancks konstant angives som $h = 0,004136 \text{ eV/THz}$ (T står for tera som betyder 10^{12} , altså tusind milliarder). Det røde lys fra en standarddiode topper f.eks. omkring en bølgelængde på 660 nm svarende til en frekvens på 454 THz. En foton med denne frekvens har en energi på $E_\gamma = 0,004136 \text{ eV/THz} \cdot 454 \text{ THz} = 1,88 \text{ eV}$. Dioden skal altså forsynes med (mindst) 1,88 V for at kunne levere en foton med denne frekvens.

1.1 Udstyr.

- Strømforsyning
- Voltmeter
- Dioder af forskellig farve, f.eks. rød $\lambda = 660 \text{ nm}$, gul $\lambda = 585 \text{ nm}$, grøn $\lambda = 567 \text{ nm}$.

1.2 Udførelse

Dioden forbindes med det lange ben til + på strømforsyningen og med et voltmeter parallelt over dioden, se figur 1. Strømstyrken reguleres op til dioden lyser ved 20 mA. Strømstyrken aflæses på strømforsyningen og spændingen U aflæses på et multimeter så nøjagtigt som muligt. Gentages med andre dioder - gerne med tre af hver farve.

Omregn spænding til energi (i eV), ved at udnytte at spændingen er defineret som

$$U = \frac{E_{\text{el}}}{q} \quad (2)$$

hvor q er elektronens ladning og E_{el} er ændringen i elektronens (elektriske) potentielle energi. Find så lysets frekvens ved hjælp af de opgivne bølgelængder.

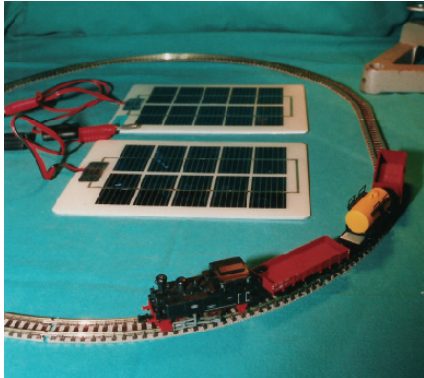
Tegn (f, E_{el}) -graf, dvs. plot samhørende værdier af frekvens og elektrisk energi. Er der lineær sammenhæng, som i ligning (1)? Passer hældningen med værdien på Plancks konstant?

2 Fyldfaktor og effektivitet af solcelle

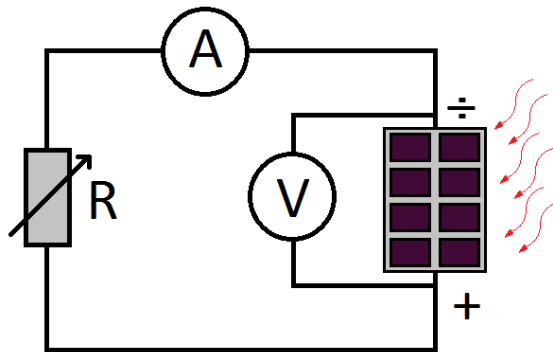
En solcelle er 'det omvendte' af en lysdiode. Når man lyser på solcellen, adskilles elektriske ladninger i dens indre, så der bliver en spændingsforskel mellem dem. Hvis man tilslutter en ydre belastning, dannes en elektrisk strøm, hvor ladningerne afleverer deres energi i belastningen (fx. en motor) i stedet for at rekombinere i cellen. I skal først prøve at få solceller til at trække et modeltog eller en lille motor. Dernæst skal I undersøge solcellens belastningskarakteristik. Det er en graf, der viser spændingen fra cellen som funktion af den strømstyrke man trækker fra cellen.

2.1 Udstyr

- Solpanel
- Motor/dekademodstand
- Voltmeter
- Amperemeter



(a)



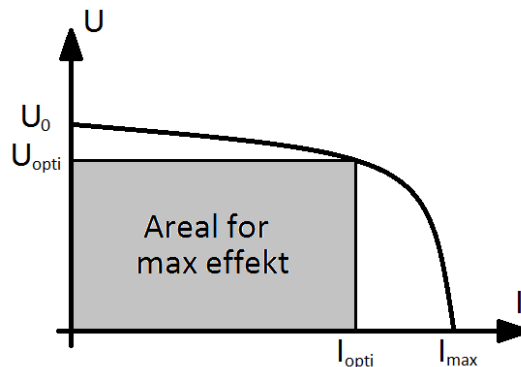
(b)

Figur 2: (a) Træk en motor med lys. (b) Diagram for måling på solpanel med belastning i form af dekademodstand.

- Halogenprojektør
- Skydelære
- Pyranometer.

2.2 Udførelse.

- Hvor mange celler skal sættes sammen for at få en motor til at køre?
- Lav en (I, U) -karakteristik af solcellen, for at finde fyldfaktoren:
 - Forbind cellen med et amperemeter i serie med en dekademodstand sat til $11 \times 100\Omega + 11 \times 10\Omega + 11 \times 1\Omega + 11 \times 0,1\Omega$ (figur 2b).
 - Forbind cellen med et voltmeter i parallel.
 - Dekademodstanden skrues gradvist ned fra max til min, mens man holder øje med grafen på computeren.
 - Gem skærmbillede og evt datafil.
- Mål lysets intensitet med pyranometret der hvor solcellen lå.
- Prøv flere forskellige typer af solceller.



Figur 3: Belastningskarakteristik for god solcelle

2.3 Databehandling.

Figur 3 viser sammenhængen mellem spænding U og strømstyrke I fra en solcelle. Cellen leverer maksimal effekt i punktet (I_{opti}, U_{opti}) , hvor produktet $P = U \cdot I$ er maksimalt. Produktet kan opfattes som et areal, der er gråt i figuren. Jo mindre cellens indre modstand er, des mere fylder arealet ud under kurven. Man definerer cellens fyldfaktor FF som forholdet mellem det grå areal og det areal kurven ville dække, hvis den var et rektangel med skæring i hvilespændingen U_0 på y -aksen og skæring i den maksimale strømstyrke I_{max} på x -aksen.

$$FF = \frac{U_{opti} I_{opti}}{U_0 I_{max}} \quad (3)$$

Fyldfaktoren regnes gerne i procent. Altså

- Beregn solcellens produktion pr. m^2 [W/m^2] i punktet (I_{opti}, U_{opti}) .
- Beregn fyldfaktoren for de celler, I har målt på.
- Beregn solcellens effektivitet ved hjælp af formel (4).

2.4 Solcellens effektivitet

Denne defineres som effekten pr. m^2 i det optimale arbejds punkt (I_{opti}, U_{opti}) i forhold til den indstrålede lysintensitet J_{lys} , som også måles i W/m^2 , altså

$$\eta = \frac{P_{opti}/A}{J_{lys}} \quad (4)$$

hvor A er cellens areal.

Kommercielle solceller har effektiviteter på mellem 15 % og 23 %. Det afhænger meget af hvordan de fremstilles, og solceller med høj effektivitet er selvfølgelig sværere og dyrere at fremstille. De fleste er lavet af krystallinsk silicium (90 %, august 2020).

3 A-niveau-udvidelse: Målinger med spektrofotometer

Hvis vi gerne vil oversætte effektiviteten målt med en lampe til effektiviteten i sollys, skal vi kunne sammenligne de to lyskilders spektre. Det skyldes at solcellen ikke udnytter alle frekvenser lige godt, og fordelingen af energi i to forskellige lyskilder vil normalt være forskellig ved forskellige frekvenser. Nedenfor vil vi angive en metode til at oversætte en effektivitetsmåling med halogenlampe til en effektivitetsforudsigelse i sollys. Men først skal I lige se forskel på sparepærer og halogenlamper.

3.1 Udstyr

- Lyslederspektrofotometer
- Diverse lyskilder
- LoggerPro

3.2 Udførelse

Sammenligning af lyskilder.

- Hold fiberen mod et lysstofrør eller en LED-pære. Beskriv spektret.
- Prøv en glødelampe. Hvad er forskellen? Prøv også lysdioder.
- Mål spektret for den lampe, som I brugte til at finde solcellens effektivitet.
- Fit målingerne med en Planckkurveform $\left(\frac{a}{\lambda^5 e^{(b/\lambda)} - 1} \right)$

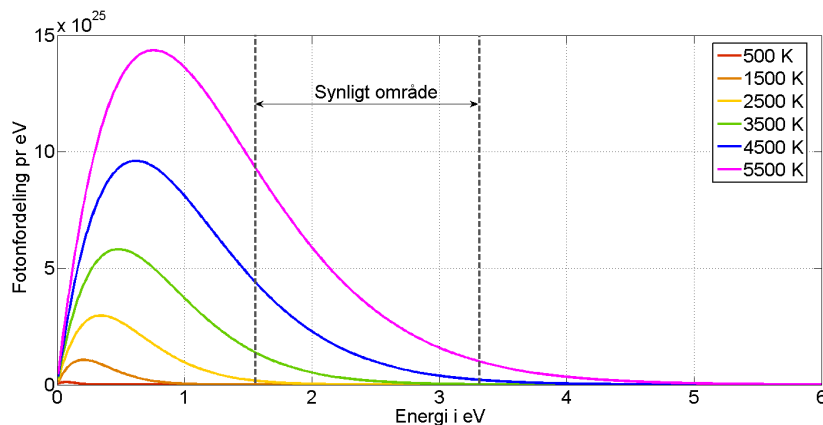
- Bestem lampens strålingstemperatur ved hjælp af fittekonstanten $b = \frac{hc}{kT}$, hvor c er lysets hastighed, k er Boltzmanns konstant og T er strålingstemperaturen (farvetemperaturen). Herefter omregnes effektiviteten til solspektret (se teori nedenfor).

4 Teori

Teoriafsnittet er delt op i to dele. Først en kort beskrivelse af hvad lysets farvetemperatur er. Dette er nødvendigt for at forstå, hvordan man kan omregne effektiviteten af en solcelle fra den, man måler, når man bruger en halogenlampe, til den celle ville have, hvis den blev udsat for sollys. Denne omregning gennemgås i anden del af teorien.

4.1 Lysets farvetemperatur

Spektret for lys beskriver hvilke frekvenser og dermed hvilke farver der optræder i lyset og med hvilken intensitet. For at beskrive farvesammensætningen i lyset og på den måde beskrive hvordan omgivelserne fremtræder under belysning har man valgt at beskrive lyset ud fra hvor toppunktet af en Planckkurve er placeret, se figur 4.



Figur 4: Eksempler på Planckkurver for forskellige sortlegemetemperaturer. Bemærk at toppunktet flytter sig.

Planckkurven beskriver formen af emissionsspektret fra et sort legeme. Et sort legeme er et tænkt objekt, der absorberer alt lys, der bliver sendt imod det. Afkølet til det absolutte nulpunkt er det derfor helt sort. Efterhånden som temperaturen øges, udsendes der såkaldt sort-legeme-stråling. Ved lave temperaturer er der termisk stråling og efterhånden som legemet varmes op

udsendes fotoner med større energi svarende til lys i det synlige spektrum. Tænk på jern, der varmes op, hvordan det først er helt mørkt og kun udsender varmestraling (infrarødt lys) og hvordan det så begynder at lyse rødt for til sidst at blive helt hvidglødende ved meget høje temperaturer. Dette stemmer overens med figur 4 hvor kun de røde farver i det synlige spektrum er repræsenteret ved lave temperaturer, mens alle farver (hvidt lys) er repræsenteret ved høje temperaturer.

Sortlegemestralingen og Planckkurven benyttes som reference for at beskrive farvesammensætningen (spektret) i lyskilder. *Lysets farvetemperatur* afspejler den temperatur, et sort legeme skal have for at udsende lys med det spektrum. Det vil sige temperaturen på lyset beskriver hvorvidt hele spektret forskydes mod rødlige farver (lave temperaturer) eller mere blå farver (højere temperaturer). Som et eksempel kan det nævnes at Solen udsender næsten perfekt sortlegemestraling beskrevet af en Planckkurve med toppunkt ved 5770 K (5497 °C), i overensstemmelse med overfladetemperaturen på Solen. Den samlede effekt pr. m² udtrykkes som

$$\int_0^{\infty} x \varrho(x) dx = \sigma T^4, \quad (5)$$

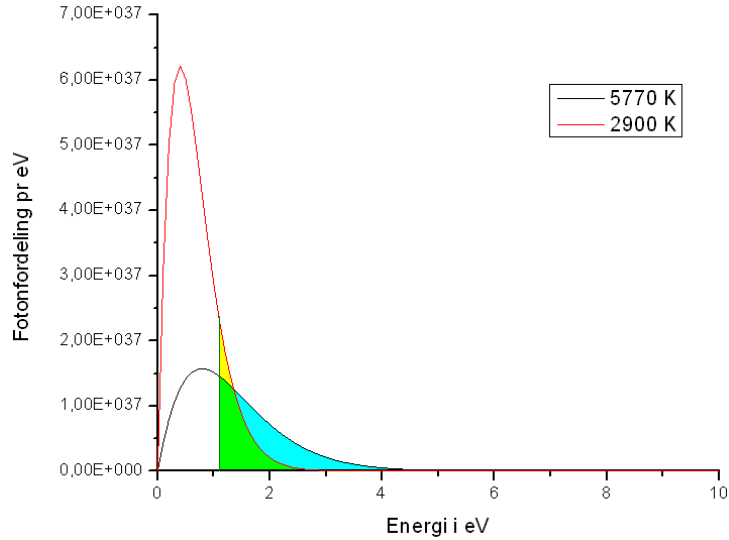
hvor x er energien af den enkelte foton, $\varrho(x)$ er Planckfordelingen for fotonhyppighed $\varrho_N(x) = \frac{2\pi}{h^3 c^2} \frac{x^2}{e^{x/(kT)} - 1}$, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$ er Stefan-Boltzmanns konstant og T er farvetemperaturen målt i Kelvin. (5770 K for Solen).

4.2 Omregning til solspektret

Vi vil her gennemgå teorien bag omregning af effektiviteten af en solcelle målt med lys fra en lampe til den effektivitet, den ville have, hvis den blev udsat for sollys.

Figur 5 viser en sammenligning af energifordelingerne i sollyset og i lyset fra en halogenlampe. Lysfordelingerne er tilnærmet med Planckfordelinger og tegnet så de begge repræsenterer den samme mængde totalenergi. Man ser, at der relativt set er mere højenergetisk lys i solspektret end i halogenlampens lys. Fotonenergien er afgørende for solcellens effektivitet og derfor vil solcellen have forskellig effektivitet i de to belysninger.

Nedenfor skal vi se, hvordan man kan oversætte en måling med halogenlampe til en forudsigelse om cellens effektivitet i sollys.



Figur 5: Planckkurverne for samme totale bestråling. Den del af energien som kan udnyttes i en siliciumsolcelle er vist ved de farvelagte arealer fra $E_g = 1,12$ eV og op.

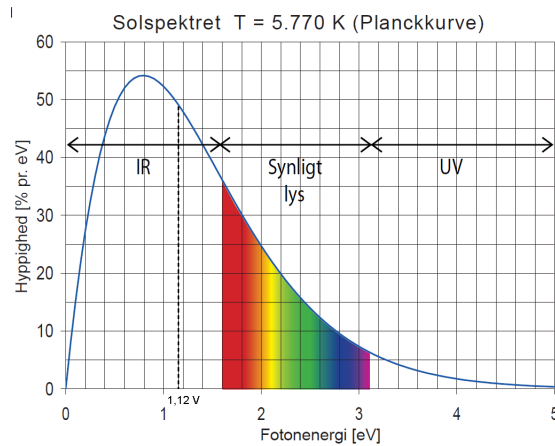
Grundlæggende kan vi beskrive solcellens effektivitet i sollys som den energi E_{nytte} , den udnytter, set i forhold til den energi E_{sol} , der er i sollyset. Dvs. at effektiviteten af solcellen i sollys kan regnes som

$$\eta_{sol} = \frac{E_{nytte}}{E_{sol}} = \frac{\int_{1,12 \text{ eV}}^{\infty} E_{netto} \varrho_{sol}(x) dx}{\sigma T_{sol}^4 \cdot A \Delta t}, \quad (6)$$

hvor E_{netto} er den del af fotonens energi, som solcellen udnytter, A er cellens areal og Δt er det tidsrum, den er tændt. Integralet i tælleren svarer til det farvelagte areal i figur 5. Dermed har man i tælleren den samlede energi E_{nytte} , som solcellen udnytter. I nævneren er E_{sol} udtrykt ved Stefan-Boltzmanns lov.

Vi kan opskrive et tilsvarende udtryk for effektiviteten målt med halogenprojektøren

$$\eta_{lampe} = \frac{E_{nytte}}{E_{lampe}} = \frac{\int_{1,12 \text{ eV}}^{\infty} E_{netto} \varrho_{lampe}(x) dx}{\sigma T_{lampe}^4 \cdot A \Delta t}. \quad (7)$$



Figur 6: Solspektret. Figuren viser hvor hyppigt fotoner i et bestemt energi-interval forekommer. Andelen af fotoner i et vist interval svarer til antallet af tern i intervallet. Der er 100 tern under kurven. Man ser f.eks. at 1% af fotonerne ligger i intervallet fra 3,2 eV til 3,4 eV fordi arealet under kurven svarer til en tern.

Her har vi antaget at også lampens spektralfordeling kan tilnærmes med en Planckkurve.

Vi mangler så 'kun' at kende E_{netto} for at kunne omregne fra η_{lampe} til η_{sol} . En siliciumsolcelle har et såkaldt båndgab på $E_g = 1,12$ eV, så den kan udnytte alle fotoner med energier fra 1,12 eV til uendelig. Båndgabets energi er den energi, der skal til at løsribe en valenselektron i silicium. Man kunne tænke sig, at det betød, at alle fotoner med stor nok energi netop gav et bidrag til den elektriske energi på 1,12 eV, svarende til båndgabets energi. Umiddelbart lyder det måske rimeligt, hvis man kun kender lidt til solcellers funktion. Dog betyder opbygningen af solcellen en hel del. Inde i solcellen er et grænselag med et elektrisk felt, som sørger for at adskille de ladninger (elektroner og huller), som lyset danner. Det er denne adskillelse, der sikrer, at vi kan bruge deres energi i et ydre kredsløb. Desværre taber ladningerne en hel del af deres energi i dette felt, hvor de så at sige bevæger sig ned ad bakke. Det kan ikke undgås, for det er selve tilstedeværelsen af 'bakkerne' i energilandskabet, der sikrer at ladningerne bliver adskilt. Bakkerne vender i øvrigt hver sin vej for hhv. elektron og hul, fordi de har modsatte ladninger - man kan tænke på elektronerne som sten der falder i tyngdefeltet, mens hullerne er som balloner, der stiger op i luften. Typisk vil der kun komme et nettobidrag på cirka 0,5 eV for hver foton, som har energi lig med eller over 1,12 eV. Heldigvis behøver vi ikke kende nettoværdien nøjagtigt. Vi behøver bare at antage,

at der findes en eller anden konstant værdi E_{netto} , som er rimelig i hele det betragtede område.

Vi betragter nu forholdet mellem den ønskede effektivitet i sollys og den målte effektivitet

$$\frac{\eta_{sol}}{\eta_{lampe}} = \frac{\int_{1,12\text{ eV}}^{\infty} E_{netto} \varrho_{sol}(x) dx / (\sigma T_{sol}^4 \cdot A \Delta t)}{\int_{1,12\text{ eV}}^{\infty} E_{netto} \varrho_{lampe}(x) dx / (\sigma T_{lampe}^4 \cdot A \Delta t)} \quad (8)$$

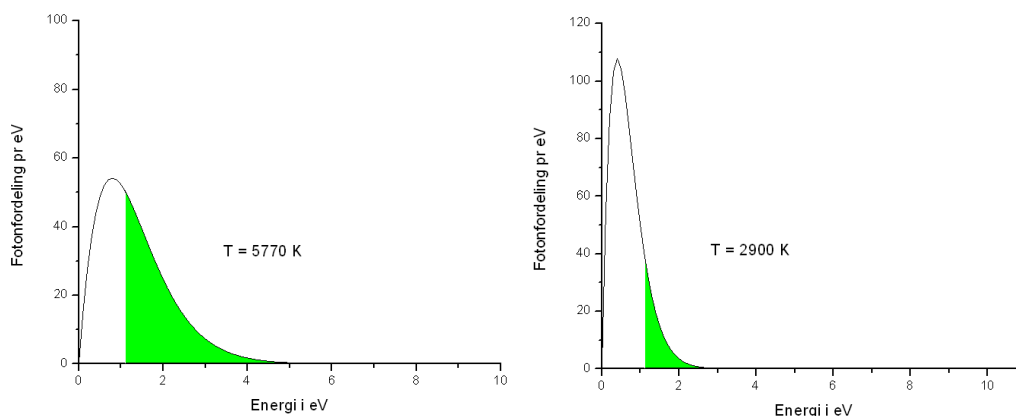
Udtrykket kan reduceres ved at trække nettoenergien uden for integralet og forkorte den og Stefan-Boltzmannkonstanten ud. Også $A \Delta t$ forkorter ud. Vi får dermed følgende udtryk.

$$\frac{\eta_{sol}}{\eta_{lampe}} = \frac{\int_{1,12\text{ eV}}^{\infty} \varrho_{sol}(x) dx / T_{sol}^4}{\int_{1,12\text{ eV}}^{\infty} \varrho_{lampe}(x) dx / T_{lampe}^4} \quad (9)$$

Isoleres η_{sol} , fås det ønskede resultat

$$\eta_{sol} = \eta_{lampe} \frac{\int_{1,12\text{ eV}}^{\infty} \varrho_{sol}(x) dx / \int_{1,12\text{ eV}}^{\infty} \varrho_{lampe}(x) dx}{T_{sol}^4 / T_{lampe}^4} \quad (10)$$

Vi ser at effektiviteten skal korrigeres med faktorer for henholdsvis spektralfor-
deling og total intensitet (farvetemperatur). Integralerne svarer til de farvede
områder i figur 7.



Figur 7: Der er flere brugbare fotoner i lys med højere farvetemperatur. Det samlede areal under hver af kurverne er normaliseret til 100% ligesom i figur 6 I en lampe med $T = 2900\text{ K}$ går megen stråling tabt som varme fra fotoner med for lille energi i forhold til solcellens båndgab på $1,12\text{ eV}$.

Man ser i figur 7 og 5, at en lampe med $T = 2900 \text{ K}$ udsender en større del af sin energi lige over båndgabet $1,12 \text{ eV}$ end en lyskilde med $T = 5770 \text{ K}$. Lige over båndgabet udnyttes fotonenergien bedre end længere over båndgabet. Det betyder, at der ikke går helt så megen energi tabt i en lampe med $T = 2900 \text{ K}$ i forhold til $T = 5770 \text{ K}$, som det kunne se ud til fra de to figurer 5 og 7.

Integralerne i (10) findes ved numerisk integration. Planckfordelingen, som fotonantalsfordelingen kan beskrives ved, er givet som funktion af fotonens energi $x = E_\gamma$, ved

$$\varrho_N(x) = \frac{2\pi}{h^3 c^2} \frac{x^2}{e^{\frac{x}{kT}} - 1} \quad (11)$$

hvor $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ er lysets hastighed og $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ er Boltzmanns konstant. Konstanten $2\pi/(h^3 c^2)$ er fælles for de to integraler. Den kan forkortes ud, så man kun behøver at integrere over

$$\frac{x^2}{e^{\frac{x}{kT}} - 1} \quad (12)$$

Spektrofotometret giver fordelingen som funktion af bølgelængden, derfor skal vi se hvordan Planckkurven ser ud som funktion af bølgelængden, så den kan sammenlignes med vores måledata. Her er Planckkurven givet ved

$$\varrho(\lambda) = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} = \frac{a}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{b}{\lambda}} - 1} \quad (13)$$

hvor vi dermed har fittekonstanterne til $a = 2\pi h c^2$ og $b = hc/(kT)$.

For at nå frem til det endelige forhold mellem integralerne skal følgende gennemføres.

- Ved at fitte målingerne med højresiden af (13), kan man finde a og b og dermed få temperaturen T ud fra fitteværdien af b .
- Fra b bestemmes farvetemperaturen T og sættes ind i (12).
- Dermed kan man finde integralerne i (10), se eksempel nedenfor.
- Find til sidst effektiviteten for den benyttede solcelle hvis den blev udsat for sollys. Brug formel (10) og indsæt de fundne værdier.

Eksempel: Omregning til solspektret

Forestil dig, at vi har målt effektiviteten til 8,0% med en farvetemperatur på 2900 K. Hvad vil effektiviteten være i sollys med en farvetemperatur på 5770 K?

Udregning af talværdier

$$\begin{aligned} 5770 \text{ K} : \quad kT &= 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 5770 \text{ K} = 7,97 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 0,497 \text{ eV} \\ 2900 \text{ K} : \quad kT &= 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 2900 \text{ K} = 4,00 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 0,250 \text{ eV} \\ 5770 \text{ K} : \quad &\int_{1,12}^{10} x^2 (e^{\frac{x}{0,497}} - 1)^{-1} dx = 0,152 \\ 2900 \text{ K} : \quad &\int_{1,12}^{10} x^2 (e^{\frac{x}{0,250}} - 1)^{-1} dx = 0,005 \end{aligned}$$

Vi kan nu finde korrektionen for omregning af effektiviteten i (10)

$$\frac{0,152/0,005}{(5770 \text{ K}/2900 \text{ K})^4} = \frac{29,15}{15,67} = 1,86 \quad (14)$$

Cellens effektivitet vil altså være 86% bedre ved 5770 K end ved 2900 K, dvs at den har en effektivitet på 14,9%.

$$\eta_{sol} = \eta_{lampe} \frac{\int_{E_g}^{\infty} \varrho_{sol}(x) dx / \int_{E_g}^{\infty} \varrho_{lampe}(x) dx}{(T_{sol}/T_{lampe})^4} = 8,0\% \cdot 1,86 = 14,9\% \quad (15)$$

5 Uddybende teori (Til lærere)

Forklaring til omregning mellem ligning (11) og (13).

Formel (11) er en antalsfordeling. Energifordelingen fås ved at gange med energien, $x = E$, altså

$$\varrho(E) = \frac{2\pi E^3}{h^3 c^2} \frac{1}{e^{\frac{E}{kT}} - 1} \quad (16)$$

Hvis man ønsker at omregne fra $\varrho(E)$ til $\varrho(\lambda)$ skal man benytte

$$\varrho(E)dE = \varrho(\lambda)d\lambda \Leftrightarrow \varrho(\lambda) = \varrho(E) \frac{dE}{d\lambda} \quad (17)$$

$$x = E = hf = \frac{hc}{\lambda} \quad (18)$$

$$\left| \frac{dE}{d\lambda} \right| = \left| -\frac{hc}{\lambda^2} \right| \quad (19)$$

Dvs. udregningen bliver

$$\varrho_E(x) = x \varrho_N(x) \quad (20)$$

$$\varrho(\lambda) = \varrho_E(x) \left| \frac{dE}{d\lambda} \right| \quad (21)$$

$$= \frac{2\pi E^3}{h^3 c^2} \frac{1}{e^{\frac{E}{kT}} - 1} \frac{hc}{\lambda^2} = \frac{2\pi \left(\frac{hc}{\lambda}\right)^3}{h^3 c^2} \frac{hc}{\lambda^2} \frac{1}{e^{\frac{hc/\lambda}{kT}} - 1} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1} \quad (22)$$

Referencer samt forslag til videre læsning: Ole Trinhammer, Evig Energi? - solceller, Fysikforlaget 2006.

Se også noten om Planckkurven for solstråling på bogens hjemmeside, evigenergi.fys.dk.