
Vindmøller - Krøje fejl og Energiproduktion



Øvelsesvejledning til brug i Nanoteket
Udarbejdet i Nanoteket, Institut for Fysik, DTU
Rettelser sendes til Ole.Trinhammer@fysik.dtu.dk

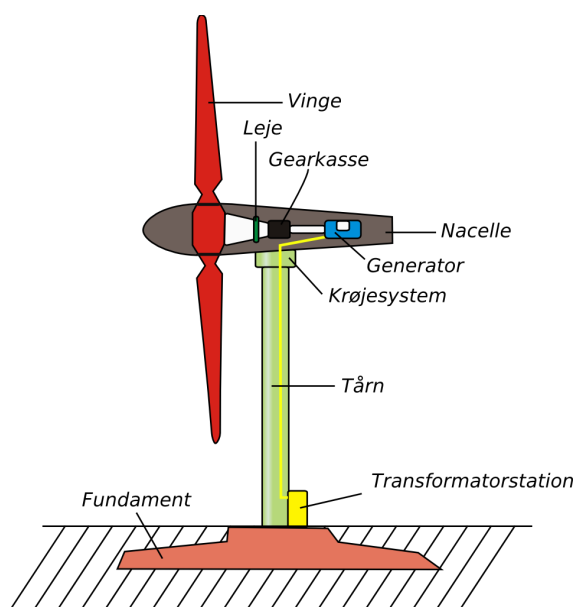
Januar 2021

Indhold

Indledning	1
1 Teori	2
1.1 Vingen drejer	2
1.2 Effektkurver	3
1.3 Baggrund til krøjefejl	5
1.4 Egenfrekvenser	6
2 Øvelsen	6
Formål	6
2.1 Krøjefejl	7
Opgaver	7
2.2 Effektkurven	7
Opgaver	8
2.3 Tårnsvingninger	8

Indledning

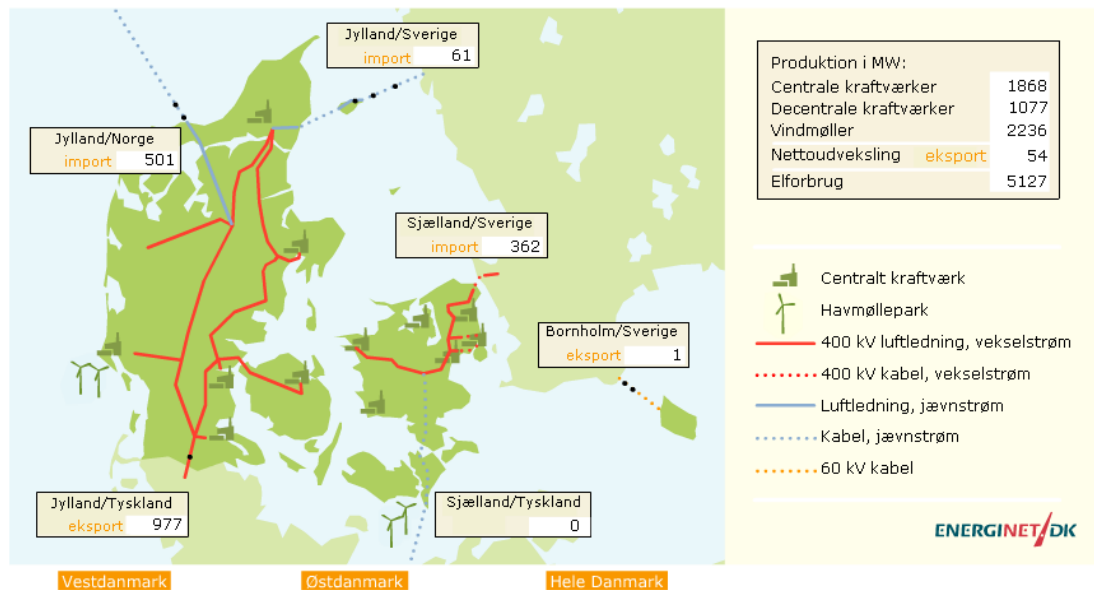
En vindmølle er et apparat, som kan tage energi ud af vinden og lave den om til et mekanisk arbejde, som vi kan udnytte til at få udført et stykke arbejde. Det kunne for eksempel være til at male korn eller pumpe vand, men nu om dage bruges møllen næsten altid til at trække en generator, som laver elektricitet.



Figur 1: Skematisk oversigt over komponenterne i en vindmølle.

En moderne vindmølle består af en række hovedkomponenter, som er angivet på figur 1. Møllen består af et tårn, som er fastgjort til jorden på et fundament, der normalt er lavet af beton. Oven på tårnet er selve møllehatten, som normalt kaldes nacellen. Inden i nacellen finder vi generator og gearkasse. Forrest på nacellen sidder rotoren, som normalt består af tre vinger, der er fastgjort på et nav. Når vinden blæser, drejer rotoren rundt og trækker generatoren; strømmen herfra kommer igennem en transformatorstation, hvorefter den kan sendes ud på elnettet, hvor strømmen er til rådighed for forbrugerne. Mellem tårnet og nacellen sidder et leje, som gør, at nacellen kan dreje omkring tårnet. Dette kaldes at *krøje* møllen, og systemet, som udfører bevægelsen, kaldes derfor krøjesystemet.

Selvom det naturligvis koster en hel del energi at producere en vindmølle, er den alligevel en god forretning rent energimæssigt. En vindmølle bruger cirka seks måneder på at producere al den energi, det koster at producere, montere, servicere og til sin tid fjerne møllen igen. Da møllen har en forventet levetid på 20 år betyder det, at møllen producerer cirka 40 gange så meget energi, som den koster. En gennemsnitlig moderne vindmølle på en god placering vil i løbet af sin levetid spare naturen for omtrent 150 000 000 kg CO₂. I Danmark leveres gennemsnitligt ca. 20% af elproduktionen af vindmøller.



Figur 2: Fordelingen af produktionsmetoder til elektricitet en dag i marts 2008.

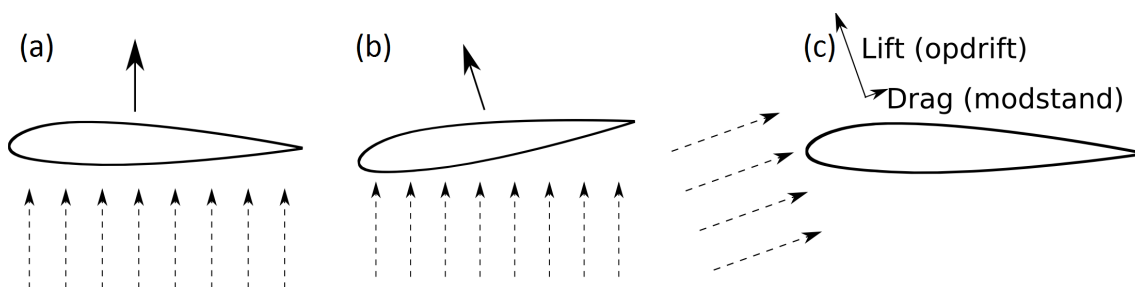
På figur 2 ses fordelingen af produktionsmetoder en dag i marts 2008. Det ses, at det var en meget blæsende dag, da vindmøller den dag stod for næsten 50% af elproduktionen. Den danske produktion af vindmøllestrøm er faktisk så stor, at den om natten, hvor strømforbruget er lavt, nogle gange er større end forbruget. I disse situationer er Danmark nødt til at sælge vindmøllestrømmen meget billigt til udlandet.

1 Teori

1.1 Vingen drejer

Når man ser på en vindmølle, kan man let komme til at undre sig over, hvorfor vingerne overhovedet drejer rundt. Vinger er normalt noget, vi kender fra fly, men på fly vender vingerne parallelt med flyveretningen, hvorimod en vindmølle har vingerne stående i en ret vinkel mod vinden. Forklaringen skal findes i, at vindhastigheden set fra vingens synspunkt ikke kommer lige forfra, men nærmere ind langs vingens kant. For at forstå konceptet kigger vi på figur 3. På figuren skal vi forestille os, at vi kigger ned på møllen lige ovenfra, den ene vinge peger lodret op i luften og vi ser derfor tværsnittet af vingen. Vinden kommer i alle tre situationer på figur 3 ind nedefra, altså langs papirets højde. I figur 3(a) ses vingen i normal driftsposition. Vingen står imidlertid stille og vinden har derfor ikke anden virkning end at presse vingen bagud. Vinden udøver altså en kraft, som forsøger at knække vingen, men ikke nogen kraft, som forsøger at dreje den rundt. For at komme ud af denne situation

og i stedet få møllen i drift, drejer vi i figur 3(b) vingen en lille smule (dette kaldes at *pitche* vingen), så den kommer til at stå skråt på vinden. Det er vigtigt at lægge mærke til, at det altså kun er vingen som drejer, nacellen peger stadig lige op i vinden, men vingen står nu en lille smule skråt i forhold til nacellen. Fordi vingen står skråt, peger den resulterende kraft fra vinden på vingen nu ikke kun bagud men også en lille smule til venstre, altså i rotationsretningen. Vinden vil nu bringe vingen til at rotere. Når først vingen er oppe i fart, har vi igen en ny situation i figur 3(c). Da vingen nu selv bevæger sig, vil vinden set fra vingens synspunkt ikke længere komme lige forfra, men derimod skråt fra siden. Jo hurtigere møllen snurrer rundt, jo mere vil møllen opleve, at vinden kommer fra siden og ikke forfra. Den skrå indfaldsvinkel af vinden gør, at vingen nu kan pitches tilbage til udgangspositionen, men alligevel stadig påvirkes af en kraft, som drejer vingen rundt. Det er vigtigt at lægge mærke til, at vingen selv i optimal driftsposition påvirkes af langt større kræfter i bagudrettet retning end i rotationsretningen. Den kraft, som forsøger at vælte møllen er altså langt større, end den kraft som drejer vingerne rundt.



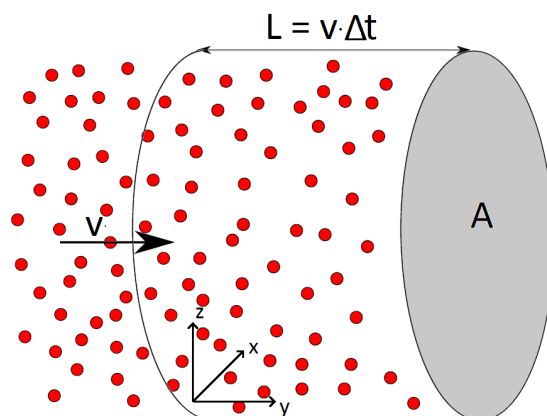
Figur 3: Vingens aerodynamik. De stiplede pile angiver den relative vindhastighed set fra vingen. De fuldt optrukne pile angiver de kræfter, der virker på vingen. Vingens rotationsretning er mod venstre i papiret. Vinden kommer ind nedefra og bevæger sig op langs papiret.

1.2 Effektkurver

Det er åbenlyst, at en vindmølle er i stand til at producere mere strøm, jo mere vinden blæser. Men hvor meget mere strøm, den helt præcist kan producere, kommer an på en lang række forhold. Først og fremmest må vi naturligvis se på hvor meget energi, der faktisk er i luften. Ser vi først på et enkelt luftmolekyle, vil dets energi være givet ved den kinetiske energi af molekylet

$$E = \frac{1}{2}mv^2, \quad (1)$$

og man kunne derfor tro, at energiindholdet i luften går med vindhastigheden i anden potens. Imidlertid sker der jo også det, at jo kraftigere vinden blæser, jo flere luftmolekyler vil også passere vindmøllens rotor pr. sekund. Massen af disse kan beskrives ved densiteten og rumfanget af luft $m = \rho V = \rho LA$, hvor A er arealet af



Figur 4: Mængden af luft, som passerer rotoren, stiger proportionalt med vindhastigheden.

vindmøllens vingefang. Længden L er det stykke som luften har bevæget sig i tiden Δt med hastigheden v (se figur 4). Energien kan altså skrives som

$$E = \frac{1}{2} \rho A v^3 \cdot \Delta t. \quad (2)$$

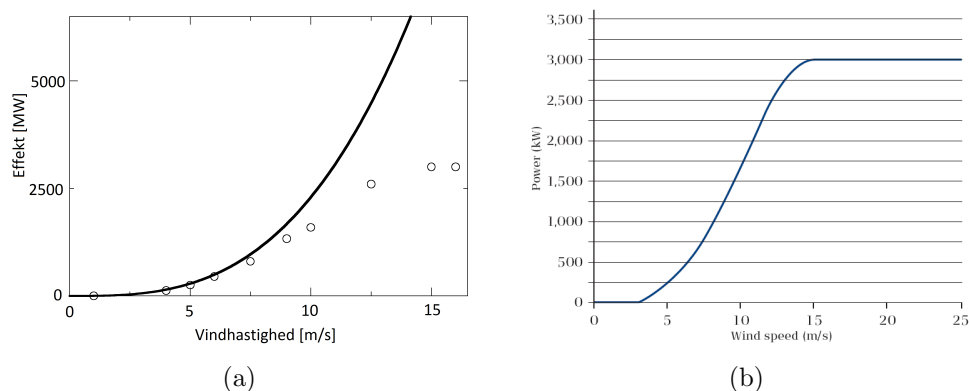
Ønsker vi at kende effekten dividerer vi med tiden på begge sider og får

$$P = \frac{E}{\Delta t} = \frac{1}{2} \rho A v^3 \quad (3)$$

En vindmøllens effektivitet skal nu vurderes ud fra, hvor stor en del af vindens effekt den kan lave om til elektrisk strøm. Da møllen tager energi ud af vinden, vil vindhastigheden langt foran rotoren være større end vindhastigheden på bagsiden af møllen. Jo mere møllen bremser luften, des langsommere vil vinden bevæge sig på bagsiden af møllen. Hvis møllen var 100% effektiv, ville vinden faktisk stå stille, og der vil derfor ikke være plads til, at mere vind kan komme forbi rotoren, og møllen vil ikke producere strøm. Derfor må der findes et optimum, hvor møllen tager maksimalt megen energi ud af vinden, men samtidig efterlader vinden med energi nok til at bevæge sig væk fra rotoren. Man kan vise, at dette optimum er 59%. Det er altså ikke muligt at lave en vindmølle, som høster mere end så meget af vindens energi. Hvis møllen er perfekt, forventer vi derfor, at den totale effekt, som møllen kan producere ved en given vindhastighed, er

$$P_{optimal} = 0,59 \cdot \frac{1}{2} \rho A v^3 \quad (4)$$

Den teoretiske effektkurve ses i figur 5(a). Til sammenligning ses i figur 5(b) effektkurven for en Vestas 3 MW mølle. Det ses at den virkelige mølles effektkurve for lave vindhastigheder er næsten sammenfaldende med den teoretiske effektkurve. Møllen udnytter altså vinden næsten optimalt ved vindhastigheder under ca. 12 m/s. Over



Figur 5: (a) Den maksimale effekt, som kan trækkes ud af en rotor på 90 m i diameter. De åbne markeringer viser punkter af kurven i (b) effektkurve for en Vestas 3 MW-vindmølle med en rotordiameter på 90 m.

denne vindhastighed flader den virkelige kurve ud og forbliver konstant på 3 MW. På en meget blæsende dag, hvor det måske blæser i nærheden af 20 m/s er møllen altså kun i stand til at udnytte en ganske lille del af vindens effekt. Dette skyldes ganske enkelt, at konstruktøren af møllen har besluttet sig for, at det ikke er økonomisk rentabelt at bygge møllen så kraftig, at den kan holde til at producere en så stor effekt. Så når det blæser meget, nøjes møllen simpelthen med kun at hive 3 MW ud af vinden og lader resten passere. På den måde opnår man et nogenlunde optimalt kompromis mellem møllens elproduktion og den pris, det koster at producere og montere møllen.

1.3 Baggrund til krøjefej

For at få så stor en elektrisk produktion som muligt, er man naturligvis hele tiden nødt til at sørge for, at møllen har optimale vilkår at arbejde under. Ud over helt åbenlyse ting, såsom at de bevægelige dele er ordentligt smurte, og at vingerne er rene, vil det vil først og fremmest sige, at man sikrer sig, at møllen hele tiden peger lige op i vinden. Det lyder måske ikke så svært, men i virkeligheden er det en relativt kompliceret proces. Først og fremmest er det ikke en helt simpel sag i det hele taget at rotere hele nacellen, der typisk vejer mere end 140 tons. Men derudover er det faktisk heller ikke helt let at finde ud af, hvor vinden faktisk kommer fra. Det er let at mærke på en almindeligt blæsende dag, at vinden sjældent er hel jævn. Den har det som regel med at komme fra lidt forskellige retninger, især hvis man er i et område med mange bakker, træer eller huse. Møllen kan ikke dreje (krøje) særlig hurtigt, og det er derfor nødvendigt for den at placere sig i en nogenlunde optimal position i forhold til den aktuelle, gennemsnitlige vindretning. Som om det ikke var slemt nok, kommer der yderligere den komplikation, at rotoren er meget stor, typisk mindst 80 m i diameter. Man kan derfor let komme ud for, at vindretningen ikke er den samme hele vejen op langs rotorens højde. I praksis måler man vindretning bag

ved rotoren, altså i navhøjde, og vindretningen over og under det punkt kender man faktisk ikke. Det vil derfor være meget sjældent, at rotoren peger perfekt op imod vinden. Som tommelfingerregel siger man, at man må leve med en krøje fejl på ca. 5 grader. I øvelsen skal I prøve at måle, hvor stort et tab i elproduktionen sådan en fejl kan give anledning til.

1.4 Egenfrekvenser

Alle stive legemer kan svinge med en bestemt frekvens, som kaldes *egenfrekvensen*. Prøv for eksempel at holde en lineal fast til bordet i den ene ende og lad den stikke så langt som muligt ud over bordkanten. Hvis du nu trykker linealen lidt ned og slipper den igen, vil den stå og svinge op og ned. Jo længere linealen er, des langsommere vil den svinge; så hvis du tager linealen et stykke ind på bordet og eksempelvis lader halvdelen stikke ud over kanten, vil du opleve, at den nu svinger hurtigere op og ned. Et vindmølleårn har på samme måde en egenfrekvens, og som med linealen gælder det, at jo højere tårnet er, jo lavere er egenfrekvensen. En vindmøllens rotor er ikke fuldkommen perfekt afbalanceret, og når rotoren drejer rundt, vil den derfor trække en lille smule i tårnet på vejen rundt. Det betyder, at tårnet hele tiden står og svinger lidt frem og tilbage i takt med rotoren. Denne effekt er normalt ikke noget problem; tårnet er bygget til at kunne tåle denne belastning. En situation, som meget let kan ødelægge en mølle, er derimod, hvis møllens rotorfrekvens bliver sammenfaldende med tårnets egenfrekvens. I den situation vil rotorens svingning lige præcis følge tårnets naturlige svingningsbevægelse og svingningen vil for hver rotation blive større og større og vil i løbet af kort tid ødelægge tårnet.

Den letteste måde at undgå denne situation på er at sørge for, at tårnets egenfrekvens er så høj, at rotoren ikke kan rotere så hurtigt, at den rammer egenfrekvensen. Da tårnets egenfrekvens imidlertid falder med højden af tårnet, sætter denne teknik en begrænsning på, hvor høje tårne, man kan lave (i omegnen af 100 m). Vil man have højere tårne end dette, må man leve med, at rotoren principielt kan risikere at ramme tårnets egenfrekvens, og man må så søge at undgå den situation på anden vis.

2 Øvelsen

Formål

I øvelsen skal vi måle på forskellige parametre på en vindmølle. Den ene øvelse er en måling af krøje fejlen, dvs. hvor meget energiproduktionen falder, når møllen står skævt på vindretningen. Den anden øvelse foregår i vindtunnellen, hvor vi måler energiproduktionen som funktion af vindhastigheden. Desuden kan vi kigge på aerodynamikken af vingerne og prøve at forbedre den på de hjemmelavede møller. Hvis tiden tillader det kan tårnsvingningerne, altså tårnets egensvingning, undersøges.

2.1 Krøje fejl

Som nævnt har alle møller krøje fejl; det er simpelthen umuligt at rette rotoren perfekt op i vinden. I denne øvelse vil vi prøve at måle hvor stort et tab i elproduktionen, sådan en fejl giver.

1. Byg en mølle ud af tre (seks) tynde legoklodser på en lille motor.
2. Placer møllen i et tårn og stil tårnet op på skumfundamentet med vinkelmåler.
3. Forbind generatoren (med møllen) til en modstand (blå dekade) og et voltmeter (det der er tilsluttet computeren)
4. Tænd blæseren på III og sæt den så møllen får en jævn vind.
5. På computeren bruges Labview-programmet 'VoltMeter_Vindmoelle.vi' som ligger i mappen 'Øvelser' på skrivebordet. Programmet startes ved at trykke på den hvide pil oppe i venstre hjørne.
6. Start med at måle spændingen og effekten, når møllen står lige på vinden, og tag så målinger med 10° mellemrum til begge sider. Skriv målingerne ned på et papir.
7. Åbn herefter programmet 'VindmoelleFit.vi' i samme mappe.
8. Tast alle målinger ind i tabellen i venstre side og kørs programmet (hvid pil). Nu ser I på grafen, hvordan effekten afhænger af vinklen.

Opgaver

9. Vindmøller kan drejes så den står godt i forhold til vinden. Hvor vigtigt er det at dreje møllen hvis vinden vender 5° - 10° ?
10. **For A-niveau:** På skærmen står der en fitteparameter som er potensen af sinus til vinklen. Altså

$$P = 0,59 \cdot \frac{1}{2} \rho A v^3 \sin^n \theta, \quad (5)$$

hvor θ er krøjevinklen, og n er den potens, I finder. Udregn vha. vektorregning, hvad denne potens er i teorien. Vink: Se på areal og vindhastighed set fra møllen!

2.2 Effektkurven

Effektkurven er måske den vigtigste parameter overhovedet for vindmøllen, da det er den, som fortæller os, hvor meget strøm vi faktisk er i stand til at producere. Vi måler effektkurven i vores vindtunnel ved simpelthen at registrere effekten ved en række forskellige vindhastigheder.

1. Monter møllen i stativet i vindtunnelen.
2. Sæt ledningerne op gennem hullet i bunden af tunnelen og sæt dem fast på generatoren.
3. Skru op for vindhastigheden på computeren.
4. Tryk på 'tag måling' og vent, til nedtællingen er på nul.
5. Skru op og tag målinger op til 16 m/s, eller til møllen går i stykker.
6. Gem filen på internettet og gå ind til det andet program og hent filen.
7. Nu har I alle data på skærmen. Tag skærmdump og gem tekstfilerne, så I kan få det med hjem.

Opgaver

8. En optimal vindmølle vil kunne trække 59% ud af vindens effekt. Ud fra jeres målinger i vindtunnelen og ligning (4) udregn da, hvor effektiv jeres mølle er. OBS: Ligning (4) tager ikke højde for generatorens virkningsgrad, som er på omkring 30%¹.

2.3 Tårnsvingninger

Vi kan måle, hvor meget tårnet svinger som funktion af rotorfrekvensen. På den måde kan vi se, at tårnet svinger meget voldsomt, når vi rammer egenfrekvensen. Til denne måling bruges et tårn lavet af træ, som vi har monteret med såkaldte tøjningsmålere², som er måleapparater, der kan måle deformationen³ af tårnet. Tårnets egenfrekvens kan aflæses i Labview-programmet i vindtunnelen. Det er imidlertid også muligt at udregne en teoretisk værdi for egenfrekvensen. For et cylindrisk objekt med en masse m på er svingningstiden givet ved

$$T^2 = \frac{32\pi(M + m)a^3}{3Er^4} + \frac{16\pi\mu L^4}{\alpha^4 Er^4}, \quad (6)$$

hvor

T : Tårnets svingningstid.

M : Masse af mølle m. motor.

m : Masse af muffe (= 0,10117 kg).

a : Placering af mølle målt fra bunden (= 0,654 m).

¹På en ægte vindmølle er effektiviteten af generatoren bedre end 95%.

²Engelsk: Strain gauges.

³Tøjningen.

E : Youngs modul⁴ for tårnet ($= 15 \times 10^9$ Pa).

r : Tårnets radius ($= 5,03 \times 10^{-3}$ m).

μ : Masse pr. længde af tårnet ($= 0,0495$ kg/m).

α : Den mindste løsning til $\cos(\alpha) \cosh(\alpha) = -1$ ($= 1,875$).

L : Tårnets længde ($= 0,724$ m).

Udregn vha. (6) mølletårnets egenfrekvens. Stemmer det overens med værdien fra vindtunnelen? Hvorfor/hvorfor ikke?

⁴Også kaldet elasticitetsmodulet.